

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЯЗАНСКОЙ ОБЛАСТИ
ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
"РЯЖСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ"

"УТВЕРЖДАЮ"
ДИРЕКТОР ТЕХНИКУМА

_____ О.М.ТЯЖЛО

от "____" _____ 2017г.

**Методические указания
к выполнению практических работ
для студентов I курса
по дисциплине «МАТЕМАТИКА»**

**Специальность: 190631 Техническое обслуживание и ремонт
автомобильного транспорта**

В данном пособии представлены методические указания к выполнению практических работ по дисциплине «Математика», которые направлены на обобщение, систематизацию, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплины.

Методические указания составлены в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом и способствует организации самостоятельной работы студентов на занятиях.

Пособие предназначено для студентов учебных заведений среднего профессионального образования, обучающихся по специальностям: 190631 Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта

Организация- разработчик ОГБПОУ "Ряжский технологический техникум"

Председатель МК

В.А. Наумова

Разработчик :

Е.Г. Левагина,

преподаватель общеобразовательных дисциплин ОГБПОУ "Ряжский технологический техникум"

Содержание	
Пояснительная записка.....	стр.7
Организация и методика выполнения практических работ,,,,,	9
Требования к результатам освоения дисциплины"Математика"...	10
Критерий оценки результатов ПР.....	12
 Практическая работа № 1	
Целые и рациональные числа.....	17
Практическая работа № 2	
Действительные числа.....	18
Практическая работа № 3	
Подготовка к диагностической контрольной работе.....	20
Практическая работа № 4	
Радианная мера угла. Вращательное движение. Основные формулы тригонометрии.....	21
Практическая работа № 5	
Формулы суммы и разности. Формулы сложения. Формулы приведения.....	22
Практическая работа № 6	
Преобразования простейших тригонометрических выражений.....	23
Практическая работа № 7	
Тригонометрические функции числового аргумента.....	24
Практическая работа № 8	
Тригонометрические функции числового аргумента.....	26
Практическая работа № 9	
Построение графиков функций, заданных различными способами. Преобразования графиков.....	27
Практическая работа № 10	
Свойства функций.....	28
Практическая работа № 11	
Свойства функций.....	29
Практическая работа № 12	
Свойства функций.....	32
Практическая работа № 13	
Обратные тригонометрические функции. Решение простейших тригонометрических уравнений.....	33

Практическая работа № 14	
Решение тригонометрических уравнений.....	35.
Практическая работа № 15	
Решение тригонометрических уравнений.....	37
Практическая работа № 16	
Решение тригонометрических уравнений	41
Практическая работа № 17	
Предел последовательности.....	42
Практическая работа № 18	
Нахождение производных элементарных функций. Правила вычисления производных.....	43
...	
Практическая работа № 19	
Правила вычисления производных. Производная сложной функции.....	46
Практическая работа № 20	
Решение неравенств методом интервалов. Уравнение касательной. Нахождение скорости и ускорения.....	47
Практическая работа № 21	
Решение задач прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.....	48
Практическая работа № 22	
Решение задач прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.....	50
Практическая работа № 23	
Примеры применения производной к исследованию функции и построению графиков.....	51
Практическая работа № 24	
Первообразная и интеграл.....	55
Практическая работа № 25	
Применение интеграла к физике и геометрии.....	57
Практическая работа № 26	
Обобщение по теме: Первообразная и интеграл.....	61
Практическая работа № 27	
Параллельность прямых. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей.....	62
Практическая работа № 28	
Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.....	66
Практическая работа № 29	

Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей	68
Практическая работа № 30	
Прямые и плоскости в пространстве.....	71
Практическая работа № 31	
Прямые и плоскости в пространстве	72
Практическая работа № 32	
Прямоугольная система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнение сферы. Понятие векторов. Сложение и вычитание векторов.....	73
Практическая работа № 33	
Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов.....	79
Практическая работа № 34	
Координаты вектора. Разложение вектора по направлениям.....	82
Практическая работа № 35	
Обобщение и систематизация знаний по теме: Координаты и векторы.....	83
Практическая работа № 36	
Корень n-ой степени и его свойства.....	84
Практическая работа № 37	
Степень с рациональным показателем, её свойства.....	85
функции...	
Практическая работа №38	
Иррациональные уравнения и системы.....	88
Практическая работа №39	
Обобщающе-повторительный урок по теме: Корни и степени.....	91
Практическая работа № 40	
Способы решения показательных уравнений и систем.....	91
Практическая работа № 41	
Способы решения показательных уравнений и неравенств.....	95
Практическая работа № 42	
Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Основные свойства логарифмов.....	100
Практическая работа № 43	
Основное свойство логарифмов.....	106
Практическая работа №44	
Решение логарифмических уравнений.....	106
Практическая работа № 45	
Решение логарифмических неравенств.....	108
Практическая работа № 46	

Обобщающе-повторительный урок по теме: Показательная и логарифмическая функция.....	110
Практическая работа № 47	
Решение задач по темам : Призма, параллелепипед, куб.....	111
Практическая работа № 48	
Решение задач по теме : Пирамида.....	116
Практическая работа № 49	
Решение задач по теме: Многогранники.....	119
Практическая работа № 50	
Подготовка к контрольной работе по теме: Многогранники.....	120
Практическая работа № 51	
Решение задач по теме: Нахождение объёмов призмы и пирамиды, цилиндра и конуса	122
Практическая работа № 52	
Решение задач на нахождение элементов цилиндра и конуса, шара и сферы.....	125
Практическая работа № 53	
Подготовка к контрольной работе по теме:	
Тела и поверхности вращения.....	126
Практическая работа № 54	
Решение задач на нахождение объёмов призмы и пирамиды, цилиндра и конуса.....	129
Практическая работа № 55	
Решение задач на нахождение площади поверхности цилиндра и конуса, объёма шара и площади сферы.....	132
Практическая работа № 56	
Объёмы и площади поверхностей пространственных тел.....	137
Практическая работа № 57	
Статистическая обработка данных.....	139
Практическая работа № 58	
Перестановки, сочетания и размещения.....	141
Практическая работа № 59	
Классическое определение вероятности, алгоритм нахождения вероятности случайного события.....	143.
Практическая работа № 60	
Подготовка к контрольной работе по теме: Элементы комбинаторики, теории вероятности и математической статистики.....	145
 Список рекомендуемой литературы.....	 150

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания к выполнению практических работ по дисциплине «Математика» предназначены для закрепления теоретических знаний, полученных на лекциях, а также для овладения студентами умений и навыков применять эти знания при самостоятельной работе.

Перечень практических работ соответствует рабочей программе, составленной на основании примерной программы по дисциплине «Математика».

Выполнение студентами практических работ по дисциплине проводится с целью:

- закрепления полученных теоретических знаний по дисциплине;
- углубления теоретических знаний в соответствии с заданной темой;
- формирования умений решать практические задачи;
- развития самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования активных умственных действий студентов, связанных с поисками рациональных способов выполнения заданий;
- подготовки к экзамену.

Методические указания выполняют функцию управления самостоятельной работой студента, поэтому каждое занятие имеет унифицированную структуру, включающую определение целей занятия, оснащения занятия, порядок выполнения работы, а также задания и контрольные вопросы для закрепления темы.

При выполнении практических работ основными методами обучения являются самостоятельная работа студентов под управлением преподавателя.

Студенты на практических занятиях в зависимости от формы и сложности заданий работают:

- индивидуально;
- в парах;
- в группах (4-6 чел.);
- всей группой.

По окончании работы студенты самостоятельно или с помощью преподавателя осуществляют взаимоконтроль, обсуждают результаты и подводят итоги работы.

Оценка преподавателем выполненной студентом работы осуществляется комплексно:

- по результатам выполнения заданий;
- по устной работе;
- по выполненной домашней работе;
- оформлению работы.

Организация выполнения и контроля практических работ по дисциплине «Математика» является подготовительным этапом к сдаче экзамена по данной дисциплине.

Видами заданий для практической (самостоятельной) работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы): составление плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со справочниками, учебно-исследовательская работа; использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники и Интернета и др.;
- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработка текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы, аудио- и видеозаписей); составление плана и тезисов ответа; составление таблиц для систематизации учебного материала; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста {аннотирование, рецензирование, реферирование, конспект-анализ и др.}; тестирование и др.;
- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу;
решение задач и выполнение упражнений по заданным условиям;
выполнение контрольных, самостоятельных работ по теме, по курсу, итоговых;
- решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем; выполнение расчетно-графических работ; решение ситуационных производственных (профессиональных) задач; подготовка к деловым играм; упражнения на тренажере; рефлексивный анализ полученных компетенций с использованием аудио- и видеотехники и др.

Виды заданий для практических, самостоятельных работ, их содержание и характер могут иметь вариативный и дифференцированный характер, учитывать специфику изучаемой дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Выполнение этих работ поможет обучающемуся усвоить, расширить, закрепить, углубить, систематизировать теоретический материал и приобрести практические навыки и овладеть универсальными учебными действиями.

Организация и методика выполнения практических работ.

Ознакомление с заданием и предварительная подготовка к работе.

Практические (самостоятельные, тестовые, контрольные) работы проводят согласно учебному плану под руководством преподавателя.

1. Предварительная подготовка к выполнению практической работы состоит в следующем:

- Преподаватель заранее объявляет о предстоящей практической работе, информирует о содержании и целях работы, порядке ее подготовки и выполнения.
- Преподаватель предлагает обучающимся самостоятельное (внеаудиторное) выполнение задания по подготовке к практической работе .
- Обучающиеся самостоятельно изучают главы параграфов, указанных преподавателем, конспекты, повторяют теоретический материал к заданной теме, в тетрадь выписывают необходимые термины ,формулы и т. д. .

2. Подготовка и проведение практической работы.

Для выполнения практической работы группу предварительно разбивают на малые подгруппы или по вариантам.

- Преподаватель подробно инструктирует обучающихся о ходе предстоящей работы: называет тему, цели, требования к выполнению работы ,а также - о форме отчета, критериях оценки.
- Преподаватель выдает бланки заданий обучающимся, обучающиеся приступают к выполнению работы: читают задание, задают вопросы, в тетрадь записывают решения, производят расчеты ,оформляют ответы и т. д..

3. Требования к выполнению практических работ .

- Практические работы необходимо проводить с максимальной точностью.
- Обучающийся должен стремиться к аккуратности, полноте записей, работа должна быть выполнена полностью, включая обработку

результатов и письменный отчет (если это требуется по условию работы).

- Отчет о работе составляется по каждой выполненной работе на основе записей в тетради, работа должна содержать:

Наименование работы, ее номер, дату выполнения, цель работы. В зависимости от задания :расчеты, формулы ,заполненные таблицы, графики пр.

Требования к предметным результатам освоения базового курса математики (базовый уровень).

Код	Результаты обучения
ОК 1	. Проявлять готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.
ОК 2	Проявлять готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.
ОК 3	Осуществлять поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач.
ОК4	Работать в команде, эффективно общаться с коллегами, руководителями.
ОК5	Формировать экологическое мышление, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды; приобретать опыт эколого-направленной

	деятельности.
ПК1	Сформировать представления о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира.
ПК2	Владеть методами доказательств и алгоритмов решения; уметь их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.
ПК3	Овладеть стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем.
ПК4	Сформировать представления об основных понятиях, идеях и методах математического анализа.
ПК5	Владеть основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; уметь распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры, применять изученные свойства геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием
ПК6	Сформировать представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей
МПК1	Уметь самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях
МПК2	Уметь продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе

	совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты.
МПК3	Проявлять способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
МПК4	Проявлять способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач

Оценка письменных работ обучающихся по математике

Отметка «5» ставится, если: работа выполнена верно и полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала **Критерии оценки результатов ПР:**

1. Содержание и объем материала, подлежащего проверке, определяется программой. При проверке усвоения материала нужно выявлять полноту, прочность усвоения обучающимися теории и умения применять ее на практике в знакомых и незнакомых ситуациях.
2. Основными формами проверки знаний и умений обучающихся по математике являются письменные работы и устный опрос. Основными видами письменных работ являются: упражнения, составления схем и таблиц, текущие письменные самостоятельные (обучающие и проверочные) работы, лабораторные работы, тесты, итоговые контрольные работы и т.п. При оценке письменных и устных ответов учитель в первую очередь учитывает показанные учащимися знания и умения. Оценка зависит также от наличия и характера погрешностей, допущенных учащимися.
3. Среди погрешностей выделяются ошибки и недочеты. Погрешность считается ошибкой, если она свидетельствует о том, что ученик не овладел основными знаниями, умениями, указанными в программе. К

недочетам относятся погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или об отсутствии знаний, не считающихся в программе основными. Недочетами также считаются: погрешности, которые не привели к искажению смысла полученного учеником задания или способа его выполнения; небрежное выполнение чертежа. Граница между ошибками и недочетами является в некоторой степени условной. При одних обстоятельствах допущенная обучающимися погрешность может рассматриваться преподавателем как ошибка, в другое время и при других обстоятельствах — как недочет.

4. Задания для устного и письменного опроса обучающихся состоят из теоретических вопросов и задач. Ответ на теоретический вопрос считается безупречным, если по своему содержанию полностью соответствует вопросу, содержит все необходимые теоретические факты и обоснованные выводы, а его изложение и письменная запись математически грамотны и отличаются последовательностью и аккуратностью. Решение задачи считается безупречным, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно записанное решение.
5. Оценка ответа обучающегося при устном и письменном опросе проводится по пятибалльной системе, т. е. за ответ выставляется одна из отметок: 1 (плохо), 2 (неудовлетворительно), 3 (удовлетворительно), 4 (хорошо), 5 (отлично).
6. Преподаватель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии обучающегося; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им заданий.
7. При выставлении полугодовой оценки обучающегося учитывается его успешность на протяжении всего периода подлежащего аттестации. При выставлении годовой оценки учитываются достижения учащегося за весь период аттестации.

Критерии ошибок:

К грубым ошибкам относятся

- ошибки, которые обнаруживают незнание обучающимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять;

- незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- неумение выделить в ответе главное, неумение делать выводы и обобщения, неумение пользоваться первоисточниками, учебником и справочниками.

К негрубым ошибкам относятся:

- потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им;
- допущенные в процессе списывания числовых данных (искажения, замена), нарушения в формулировке вопроса (ответа).

К недочетам относятся:

- описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях,
- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков;
- орфографические ошибки, связанные с написанием математических терминов.

).

- Отметка «4» ставится, если: работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки); выполнено без недочетов не менее 3/4 заданий.
- Отметка «3» ставится, если: допущены более одной ошибки или более трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме; без недочетов выполнено не менее половины работы.
- Отметка «2» ставится, если: допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере; правильно выполнено менее половины работы
- Отметка «1» ставится, если: работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Возможная форма контроля и оценивания

<i>Уровень обученности</i>	<i>Баллы оценки</i>	<i>Характер оценки</i>
Различие, распознавание знакомство	1	Присутствовал на уроке ,слушал ,списал с доски
	2	Отличает изучаемый объект от аналогов
Запоминание, неосознанное восприятие	3	Запомнил часть текста, правило, определение, но не может объяснить
	4	Полностью воспроизводит выученные правила, законы, формулы, но затрудняется объяснить
Понимание, осознанное восприятие	5	Объясняет отдельные положения теории, может выполнить анализ и синтез на основе изученного
	6	Отвечает на большинство вопросов по содержанию изученного, проявляет осознанность усвоенных знаний, самостоятельно делает выводы
Элементарные умения и навыки, репродуктивный уровень	7	Логично излагает материал, свободно владеет терминологией, видит связь теории с практикой, умеет применять знания (в простейших случаях)
	8	Полностью понимает суть теорий, применяет их на практике. При выполнении практических заданий допускает незначительные ошибки, которые сам исправляет
«Перенос» творческий	9	Легко выполняет задания, свободно оперируя усвоенной теорией в

уровень		практической деятельности
	10	Свободно применяет знания в нестандартных ситуациях, проявляя оригинальность в решениях и творческий подход. Самостоятельно формирует новые умения, организует познавательную деятельность.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

Тема: Целые и рациональные числа

Цели:

- научиться записывать любую бесконечную десятичную дробь в виде обыкновенной;
- уметь записывать обыкновенные дроби в виде десятичных;
- повторить решение квадратных уравнений; сокращение дробей; действия со степенями;

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Какие числа называются рациональными?
2. Выполнить устно №1.1 (Никольский) и №6 стр. 10 (Алимов)

Задание 2.

1. Как сравнить две дроби?
2. Выполнить №1.7(Никольский)

Задание 3.

1. Какие числа называются иррациональными?
2. Выполнить № 9 (Алимов); №10 (Алимов)

Контроль знаний студентов. Самостоятельная работа

1 ВАРИАНТ

1. Закончить предложение: " Рациональное число- это число, которое можно записать в виде $\frac{m}{n}$ где m -..., а n -...
2. Как называются числа, представленные бесконечными непериодическими дробями?
3. Запишите десятичную дробь 2,38(742). Подчеркните период дроби и определите каким числом является эта дробь.
4. Представьте число $\frac{1}{3}$ в виде периодической дроби.
5. Определить знак числа $2\sqrt{5} - 3$

2 ВАРИАНТ

1. Закончить предложение: "Всякое рациональное число можно представить в виде.....
2. Запишите какое- либо иррациональное число.
3. Запишите десятичную дробь 30,7(284).Подчеркните период дроби и определите каким числом является эта дробь.
4. Представьте число $\frac{1}{6}$ в виде периодической дроби.
5. Определить знак числа $3\sqrt{2} - 5$

Литература: 1. Алимов Ш.А.Алгебра и начала анализа 10-11

2. Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа 10

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Тема: Действительные числа

Цели:

- научиться определять абсолютную погрешность приближенных чисел;
- научиться определять относительную погрешность приближенных чисел;
- научиться находить границы погрешностей суммы, разности, произведения и частного приближенных величин.

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Теоретические сведения к практической работе

Бесконечная десятичная дробь, у которой одна или несколько цифр неизменно повторяются в одной и той же последовательности, называется периодической десятичной дробью, а совокупность повторяющихся цифр называется периодом этой дроби.

Периодические дроби бывают *чистыми* и *смешанными*. *Чистой* периодической дробью называется дробь, у которой период начинается сразу же после запятой, например, $3,171717\dots$. *Смешанной* называется дробь, у которой между запятой и первым периодом есть одна или несколько неповторяющихся цифр, например, $0,231919\dots$.

Каждое рациональное число можно представить в виде конечной периодической десятичной дроби.

Например, рациональное число $\frac{7}{11}$ делением 7 на 11 можно представить периодической десятичной дробью $0,(63)$.

1. Абсолютная погрешность и граница абсолютной погрешности приближенных значений чисел. Модуль (абсолютная величина) разности между точным числом x и его приближенным значением a называется *абсолютной погрешностью* приближенного значения числа x и обозначается через α , т. е. $|x - a| = \alpha$.

Число a называется *приближенным значением* точного числа x с точностью до Δa , если абсолютная погрешность приближенного значения a не превышает Δa , т. е. $|x - a| \leq \Delta a$.

3. Относительная погрешность приближенного значения числа. *Относительной погрешностью* δ приближенного значения a числа x называется отношение абсолютной погрешности α этого приближения к числу a :

$$\delta = \frac{\alpha}{a}. \quad (1.3)$$

Так как абсолютная погрешность α обычно бывает неизвестна, то на практике оценивают модуль относительной погрешности некоторым числом ε , которое заведомо не меньше этого модуля:

$$|\delta| \leq \varepsilon.$$

Число ε называется *границей относительной погрешности*.

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Дайте определение абсолютной погрешности.
2. Выполните № 3(1;3).

Задание 2.

1. Дайте определение относительной погрешности.
2. Выполните № 2.9 (А. А. Дадаян стр.33).

Задание 3.

1. Чему равна граница абсолютной погрешности суммы приближенных значений чисел?
2. По какой формуле вычисляется граница относительной погрешности суммы?
3. Выполните № 2 (Н. В. Богомолов стр. 15).

Задание 4.

1. Чему равна граница абсолютной погрешности разности двух приближенных значений чисел?
2. По какой формуле вычисляется граница относительной погрешности разности?
3. Решите задачи.
4. Найдите приближенное значение разности величин и точность приближения, если и

2. Пусть $x = 7,248 \pm 0,0001$ и $y = 7,236 \pm 0,0001$. Найдите приближенное значение разности и относительную точность приближения.

Задание 5.

1. Запишите формулу определения относительной погрешности произведения и частного и выполните № 11 , № 16 (Н. В. Богомолов, стр. 17).

Контроль знаний студентов:

– проверить практическую работу;

– устный опрос.

1. Как называется наука, которая занимается изучением погрешностей и их оценками?
2. Что называют приближенными вычислениями?
3. Дайте определение абсолютной и относительной погрешности.
4. Как оцениваются границы погрешностей суммы, разности, произведения и частного приближенных величин?

Литература: 1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике.

2. Дадаян А. А. Математика.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

Тема: Подготовка к диагностической контрольной работе

Цели: - проверить уровень знаний и подготовку студентов ;

- повторить решение линейных и квадратных уравнений;
- повторить упрощение выражений и приведение подобных слагаемых;
- повторить решение линейных неравенств и действия со степенями;
- уметь из данной формулы выразить один из компонентов;

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Какое уравнение называется линейным? При каком условии линейное уравнение имеет бесконечное множество решений ; не имеет ни одного решения?
2. Выполнить задание №1136 (1) ,№1137 стр. 321 (Алимов)
3. Какое уравнение называется квадратным? неполным квадратным?
От чего зависит число корней квадратного уравнения?
4. Выполнить задание №1142(1,2) стр. 321 (Алимов)

Задание 2.

1. Какие выражения называются подобными? Как раскрыть скобки данного выражения , если перед скобкой стоит знак "минус" ?
Выполнить задания №1139 (2) стр. 321 (Алимов)
2. Какие неравенства называются строгими? нестрогими? Как изменяется знак неравенства при умножении на отрицательное число?
3. Выполнить задания: стр. 325 №1202(1,2) (Алимов)

Контроль знаний студентов. Самостоятельная работа

1 ВАРИАНТ

1. Решит уравнение: а) $3x^2 + x - 4 = 0$ б) $5(2x - 3) - 3(8x + 4) = 6$
2. Упростить выражение: $(a-1)^2 - (a+1)(a-2)$
3. Из формулы объема цилиндра $V = \pi R^2 H$ выразить H .

2 ВАРИАНТ

1. Решит уравнение: а) $3x^2 + x - 5 = 0$ б) $-3(4x - 2) + 2(5x - 3) = 7$
2. Упростить выражение: $(C+2)(C-3) - (C-1)^2$
3. Из формулы, выражающей закон свободного падения выразить t :

$$s = \frac{gt^2}{2}$$

Литература: 1. Алимов Ш.А. Алгебра и начала анализа 10-11

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

Тема: Радианная мера угла. Вращательное движение. Основные формулы тригонометрии.

Цели: -знать понятие "единичная окружность" и "поворот точки вокруг начала координат";

-уметь находить координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки P(1;0) на заданный угол;

-знать формулы перевода градусной меры в радианную и наоборот;

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Дать определение угла в 1 радиан.

$$1 \text{ радиан} = \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = \frac{180^\circ}{3,14} \approx 57,3^\circ$$

Если угол содержит n радиан, то его градусная мера равна :

$$n_{\text{рад}} = \left(\frac{180^\circ}{\pi} \cdot n\right)^\circ$$

Если угол содержится в градусах, то его радианная мера равна:

$$n^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot n$$

Примеры 1) $\frac{\pi}{5} = \frac{180^\circ}{\pi} \circ \frac{\pi}{5} = 32^\circ$ 2) $135^\circ = \frac{\pi \cdot 135}{180} = \frac{3\pi}{4}$

2. Выполнить(в парах) задания №407 и №408 стр. 118 (Алимов)

3. Заполнить таблицу № 414 стр. 118 (Алимов)

Задание 2.

1. Какую окружность называют единичной окружностью?

2. Выполнить задания №416, 417 стр. 123 (Алимов)

Контроль знаний студентов. Самостоятельная работа

1 ВАРИАНТ

1. Выразить в радианной мере: а) 80° ; 225° ; 300° .

2. Выразить в градусной мере: $\frac{\pi}{9}$; $\frac{22\pi}{3}$;

2 ВАРИАНТ

1. Выразить в радианной мере: : а) 10° ; 70° ; 320° .

2. Выразить в градусной мере: $\frac{21\pi}{4}$; $\frac{\pi}{8}$

3 ВАРИАНТ

1. Выразить в радианной мере: : а) 50° ; 80° ; 220° .

2. Выразить в градусной мере: $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{\pi}{10}$

4 ВАРИАНТ

1. Выразить в радианной мере: а) 50° ; 95° ; 11° .
2. Выразить в градусной мере: $\frac{\pi}{36}$; $\frac{7\pi}{9}$

Литература: 1. Алимов Ш.А. Алгебра и начала анализа 10-11

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

Тема: Формулы суммы и разности. Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс двойного угла.

Цели:

- научиться применять формулы сложения для преобразований выражений.
- научиться применять формулы синуса, косинуса и тангенса двойного угла для преобразований выражений.

Оснащение занятия: учебник, таблица значений синуса, косинуса, тангенса.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Познакомьтесь с содержанием п.28, стр.142 и запишите формулы

сложения. Какие формулы называют формулами сложения?

Теоретические сведения к практической работе

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{-1 \pm \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha, \quad \cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$$

Задание 2. а) Разберите задачи №1 и №2, стр.143 и запишите их в тетрадь.

б) Выполните (в парах) №481(2;4), №482(2;4), №483(2), №484(2;4).

Задание 3.а) Запишите в тетрадь задачи №4-№6, стр.144.

б) Выполните №485(четные)- №487(чет.)

Задание 4. а) Запишите формулу синуса двойного угла п.29, стр.147.

б) Разберите решение задачи №1.

в) Выполните №500(нечетные)-№503(неч).

Задание 5. а) Запишите формулу косинуса двойного угла.

б) Разберите решение задачи №2.

в) Выполните №500(четные)-№503(чет).

Задание 6. а) Запишите формулу тангенса двойного угла.

б) Разберите решение задачи №4.

в) Выполните №500(3)-№501(3), №505.

Задание 7. Организуйте работу парами и расскажите друг другу какие формулы

вы сегодня применяли для преобразований тригонометрических выражений.

Контроль знаний студентов: проверить практическую работу студентов.

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.142, 147.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Тема: Преобразования простейших тригонометрических выражений

Цели:

– научиться определять знаки синуса, косинуса и тангенса в координатных четвертях;

– научиться применять формулы зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же угла;

– изучить тему: «Синус, косинус и тангенс углов и ».

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Вопросы для повторения.

1. Что называется радианом?

2. Назовите формулу перевода градусной меры угла в радианную и, наоборот, радианную меру угла в градусную.

3. Дайте определение синуса, косинуса и тангенса угла.

4. Какие знаки имеют синус, косинус и тангенс в координатных четвертях?

5. Какими соотношениями связаны тригонометрические функции одного и того же аргумента?

Теоретические сведения к практической работе

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Задание 2. Выполните № 407 (неч.), № 408 (неч.), № 420 (неч.), № 423.

Задание 3. Разберите решение задачи 1 и 2 (стр.131) и выполните № 442 (неч.),
№ 447.

Задание 4. Используя формулы зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же угла выполнить № 459(1;2;3;4).

Задание 5. Запишите в конспект формулы и примеры темы: «Синус, косинус и тангенс углов и » стр. 140 и выполните № 475 (неч.).
Контроль знаний студентов: тестовые задания по 2-м вариантам (задания выдает преподаватель).

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа с. 115, с.124, с.140, с.133.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

Тема: Тригонометрические функции числового аргумента

Цель: -знать и уметь применять формулы сложения; формулы суммы и разности; формулы приведения

-уметь упрощать несложные тригонометрические выражения, доказывать тождества;

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1 (устно)

1. В какой четверти лежит угол x , если $\sin x > 0$. а $\cos x < 0$?

2. Определить знак: $\sin 302^\circ$; $\operatorname{tg} 208^\circ$; $\operatorname{ctg} 126^\circ$; $\cos 154^\circ$;

3. Может ли быть верным равенство: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1,5$

4. Вычислить: $\sin^2 x + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + \cos^2 x$

5. Какие числовые значения может принимать $\sin x$?

6. Если $\operatorname{tg} x = 3/5$, то можно ли утверждать, что $\sin x = 3$, $\cos x = 5$?

Задание 2. (в парах с последующей проверкой на доске)

1. Упростить выражения: а) $\cos 20^\circ \cdot \cos 25^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 25^\circ$

б) $\sin 27^\circ \cdot \cos 18^\circ + \sin 18^\circ \cdot \cos 27^\circ$

в) $\frac{\operatorname{tg} 10^\circ + \operatorname{tg} 35^\circ}{1 - \operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 35^\circ}$

$$\Gamma) \frac{\sin 5x \cos x + \cos 5x \sin x}{\cos 8x \cos 2x + \sin 8x \sin 2x}$$

Задание 3. Выполнить задания : №7.7(а,в) ,№ 7.13(а, б, в)

Повторить правила приведения:

Примеры:

$$а) \sin 135^\circ = \sin(180 - 45) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$б) \sin \frac{4\pi}{3} = \sin(\frac{6\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}) = \sin(2\pi - \frac{2\pi}{3}) = -\sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Задание 4. Вычислить, используя формулы приведения:

$$а) \cos 135^\circ$$

$$б) \sin 150^\circ$$

$$в) \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$$

$$и) \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}$$

Теоретические сведения к практической работе

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right) \quad \boxed{\text{ФОРМУЛЫ приведения}} \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right) \quad \cos\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right)$$

Пользуйтесь mnemonic правилом:

- а) перед приведённой функцией ставится тот знак, который имеет исходная функция, если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;
 б) функция меняется на «кофункцию», если n нечётно; функция не меняется, если n чётно. Кофункциями синуса, косинуса, тангенса, котангенса называются соответственно косинус, синус, котангенс, тангенс.



Контроль знаний студентов. Самостоятельная работа
 ВАРИАНТ 1.

1. Упростить: $\cos 3x \cos x - \sin x \sin 3x$

2. Вычислить: а) $\sin 33^\circ \cos 63^\circ - \cos 33^\circ \sin 63^\circ$

$$б) \frac{tg29^\circ + tg31^\circ}{1 - tg29^\circ tg31^\circ}$$

$$3. \text{ Упростить: } \frac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t$$

ВАРИАНТ 2

$$1. \text{ Упростить: } \cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x$$

$$2 \text{ Вычислить: а) } \sin 73^\circ \cos 17^\circ + \cos 73^\circ \sin 17^\circ$$

$$б) \frac{tg55^\circ - tg10^\circ}{1 + tg55^\circ tg10^\circ}$$

$$3. \text{ Упростить: } \cos^2 t - \cos 2t$$

Литература: Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа
Часть 2. Задачник.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

Тема: Тригонометрические функции числового аргумента

Цель: - уметь переводить радианы в градусы и наоборот;

- уметь определять знаки тригонометрических функций;

- уметь применять формулы сложения, формулы суммы и разности;

- знать и уметь применять основные формулы тригонометрии

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1 (устно)

$$1. \text{ Перевести из радиан в градусы: } \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{9}, \frac{5\pi}{4}$$

$$2. \text{ Перевести из градусов в радианы: } 12^\circ; 100^\circ; 40^\circ.$$

$$3. \text{ Определить знаки: } \sin 203^\circ; \operatorname{tg} 196^\circ; \cos 115^\circ; \cos(-123^\circ)$$

Задание 2.

1. Выполнить задания : №22.1, №22.2, №22.3(а, в) (в парах с последующей проверкой)

Пример. Вычислить значения других тригонометрических функций, если

$$\cos x = -\frac{3}{5} \text{ и } \frac{\pi}{2} < x < \pi$$

Решение: Т.к. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, то $x \in 2$ четверти $\sin x > 0$; $\operatorname{tg} x < 0$; $\operatorname{ctg} x < 0$;

$$\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\sin x = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \operatorname{tg} x = \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{4}{3}; \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}; \operatorname{ctg} x = -\frac{3}{4};$$

2. Самостоятельная работа. Выполнить задание по вариантам :№7.8 (а) -1 вариант; №7,7(а) -2 вар.; №7.7 (в)- 3 вариант; №7.8(г) - 4 вариант;

3. Упростить выражение: $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x - 1}{\sin x}$

Литература: Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа Часть 2. Задачник.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

Тема: Построение графиков функций, заданных различными способами

Цель: - уметь вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
- уметь строить графики функций, используя различные способы их преобразования;

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1. (устно)

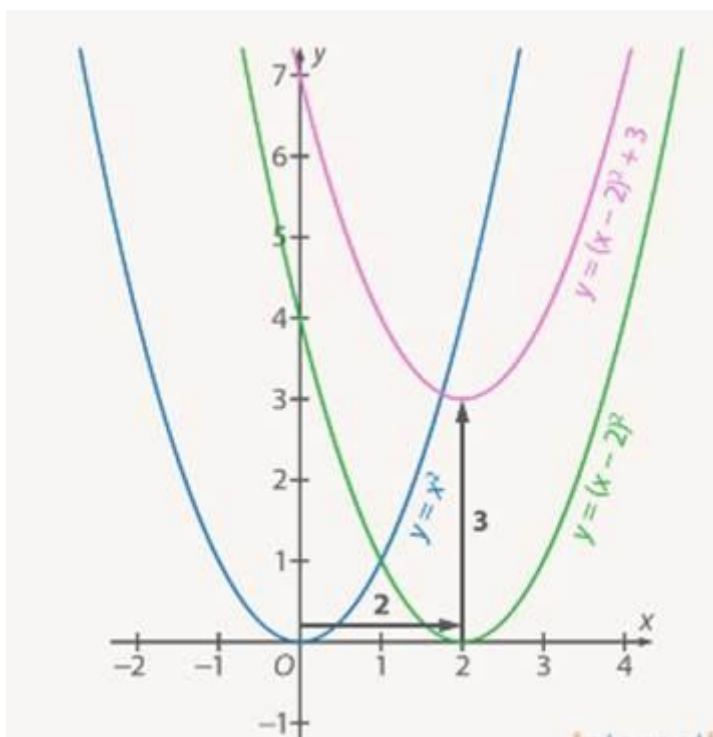
1. Каким свойством обладают графики функций $y = f(x)$ и $y = -f(x)$?
2. Каким свойством обладают графики функций $y = f(x)$ и $y = f(-x)$?
3. Каким свойством обладает график функции $y = f(kx)$, если $k > 1$? если $0 < k < 1$?
4. Учитывая четность и нечетность функций. чему равны выражения: $\sin(-x)$; $\cos(-x)$; $\operatorname{tg}(-x)$; $\operatorname{ctg}(-x)$?

Пример 1. Построить график функции $y = (x - 2)^2 + 3$.

Решение

Построим график заданной функции последовательно

1. Строим график $y = x^2$.
2. График $y = (x - 2)^2$ получается из графика $y = x^2$ параллельным переносом последнего на 2 единицы вправо.
3. График $y = (x - 2)^2 + 3$ получается из графика функции $y = (x - 2)^2$ параллельным переносом последнего вдоль оси ординат на 3 единицы вверх.



Задание 2.1 .Выполнить задание №1.18(Мордкович) (вызвать студента к доске), повторить, что называется областью определения и областью значений функции.

2. Выполнить задания 13.5 и 13.6 (Мордкович) в парах с последующей проверкой на доске

3. Выполнить задания по группам №13.7 (а, б, в, г) - 4 группы.

Задание 3. Самостоятельная работа. №13.2 (а, б, в, г) -4 варианта.

Литература: Мордкович А.Г.Алгебра и начала математического анализа
Часть 2. Задачник.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

Тема: Свойства функций

Цели:

- научиться находить область определения функции;
- научиться находить значение функции при заданном значении аргумента;
- научиться находить промежутки возрастания и убывания функции;
- научиться устанавливать четность и нечетность функции.

Оснащение занятия: конспект, Н. В.Богомолов учебное пособие по математике

«Практические занятия», А. А. Дадаян «Математика».

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник

Порядок выполнения работы

Задание 1. Для выполнения практической работы необходимо повторить теоретический материал.

1. Что называется функцией?
2. Что нужно указать для задания функции?

3. Какие способы задания функции вы знаете?
4. Какие основные свойства функции вы знаете?
- Задание 2. Вспомните, что называется областью определения функции и выполните следующие номера:
- Вариант 1. №7(2), №8(2), № 10(2), № 11(2), № 13(2). (Богомолов)
- Вариант 2. №7(3), №8(3), № 10(3), № 11(2), № 13(1). (Богомолов)
- Задание 3. Как вычислить значение функции при заданном значении аргумента?
- Используя правильный ответ на этот вопрос, выполните следующие номера:
- Вариант 1. № 4; № 6(1). Вариант 2. № 4; № 6(1). (Богомолов)
- Задание 4. Используя определение возрастающей и убывающей функции, выполните следующее задание: Укажите промежутки возрастания и убывания функции; точки максимума и минимума, №78 нули функции
- Вариант 1. №77(а); №78(б). Вариант 2. №78(а); №77(б). (Колмогоров), стр. 44
- Задание 5. Установите, какие из данных функций являются четными, нечетными или же ни теми, ни другими №2.11 (Мордкович)
- Вариант 1. а) ; б) ;
- Вариант 2. в) ; г) .
- Литература: 1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике, стр. 58.
2. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа, 10-11. стр. 44
3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа Часть 2. Задачник. стр. 8

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11

Тема: Свойства функций

Цель: - научиться исследовать по схеме функцию, заданную графиком

Оснащение занятия: конспект со схемой исследования функции, учебник.

Порядок выполнения работы.

Задание 1. (Устно)

1. Найти: $f(4), f(-1), f(2)$, если $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$

2. Найти нули функции: а) $f(x) = (2x-4)(x+2)$; б) $f(x) = 6x^2 - 36$

3. Данные функции задайте с помощью более простых формул и укажите при каких значениях x данные выражения не определены.

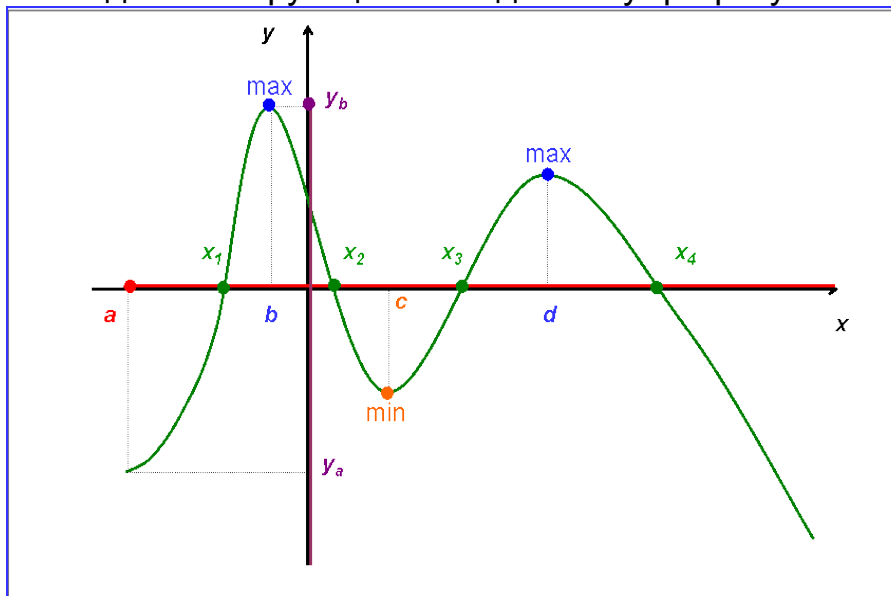
а) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$; б) $f(x) = \frac{4x^2-9}{2x+3}$; в) $f(x) = \frac{x^2-10x+25}{x-5}$

4. Какие функции называются чётными? Каким свойством обладает график чётной функции?

5. Какие функции называются нечётными? Каким свойством обладает график нечётной функции?

Теоретические сведения к практической работе

Исследование функции по заданному графику:



Область определения: $D(f) : x \in [a, \infty)$

Множество значений: $E(f) : y \in (-\infty; y_b]$

Корни функции: $f(x) = 0 \Rightarrow x \in \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$

Критические точки максимум: $x \in \{b, d\}$

минимум: $x = c$

Промежутки возрастания: $x \in [a, b] \cup [c, d]$

Промежутки убывания: $x \in [b, c] \cup [d, \infty)$

Положительные значения: $x \in (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4)$

Отрицательные значения: $x \in (a, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, \infty)$

Задание 2.1. Постройте график функции $f(x)$, если известны её свойства:

(см. таблицу) №94(а, б, в, г)(Колмогоров) , стр. 52 (работа в парах, 4 варианта)

2. Провести по общей схеме исследование функции, заданной графиком. №93(Колмогоров) , стр. 52 (рис. 57(а, в). Провести на доске, вызвав студентов.

3. Используя свойство чётности тригонометрических функций, упростить:

а) $\cos(-x) \cdot \operatorname{tg}(-x)$

б) $\operatorname{tg}(-x) \cdot \operatorname{ctg}(-x)$

с) $\cos(-x) \cdot \operatorname{ctg}(-x)$

д) $\sin(-x) \cdot \cos(-x)$

е) $1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg}(-x)$

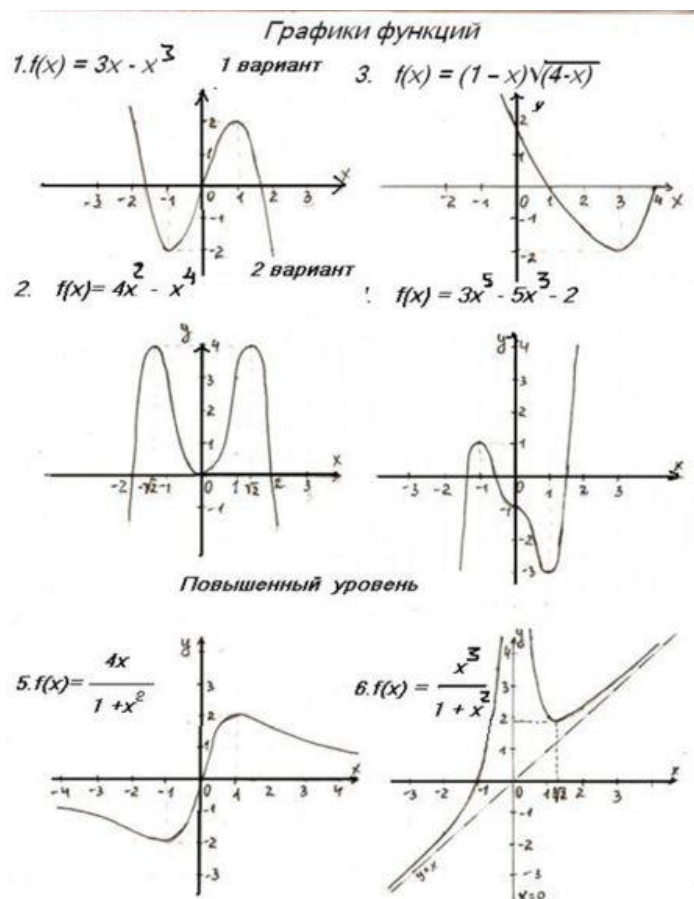
Задание 3. Определить чётность функций:

а) $f(x) = 6x^5 + 2\sin x$

б) $f(x) = 4x^8 + 7\cos x$

в) $f(x) = \frac{3x^4 - 3}{5x^8 - 4}$

Задание 4. Самостоятельная работа. Исследовать по схеме графики функций:



ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

Тема: Свойства функций

Цели: - повторить свойства тригонометрических функций: периодичность чётность, промежутки возрастания и убывания;

- уметь упрощать несложные тригонометрические выражения;

- уметь "читать" функцию по заданному графику;

- используя свойства периодичности тригонометрических функций, уметь вычислять значения функций различных углов;

Оснащение занятия: конспект со схемой исследования функции, учебник, справочник

Порядок выполнения работы.

Теоретические сведения к практической работе

Теорема. Наименьший положительный период для функций

$y = \sin(ax + b)$ и $y = \cos(ax + b)$ равен $T = \frac{2\pi}{a}$; а для функций $y = \operatorname{tg}(ax + b)$ $y = \operatorname{ctg}(ax + b)$ равен $T = \frac{\pi}{a}$

ЧЁТНОСТЬ И ПЕРИОДИЧНОСТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

$$\sin(-x) = -\sin x,$$

$$\cos(-x) = \cos x,$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x,$$

$$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x,$$

$$\sin(x + 2\pi k) = \sin x, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$\cos(x + 2\pi k) = \cos x, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$\operatorname{tg}(x + \pi k) = \operatorname{tg} x, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$\operatorname{ctg}(x + \pi k) = \operatorname{ctg} x, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

ПРИМЕР 1. Найти наименьший положительный период для функций:

а) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{3}\right)$ б) $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$

Решение: а) Используя теорему о наименьшем положительном периоде,

$T = \frac{\pi}{a}$; $a = \frac{1}{3}$, значит $T = \frac{\pi}{\frac{1}{3}} = 3\pi$

б) Используя теорему о наименьшем положительном периоде, $T = \frac{2\pi}{a}$;

$a = 3$, значит $T = \frac{2\pi}{3}$

Задание 1. (Устно)

1. Определить знаки функций: а) $\sin 108^\circ$ б) $\cos 233^\circ$ в) $\operatorname{tg} 286^\circ$ г) $\operatorname{ctg} 375^\circ$;

2. Найти наименьший положительный период функции:

$$Y = 4\cos 3x ; y = 7 \operatorname{tg} 5x ; y = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{4} ;$$

3. Вычислить: а) $\sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cos 3x$

б) $\cos 15^\circ \cos 75^\circ - \sin 75^\circ \sin 15^\circ$

Задание 2 .(Разобрать на доске)

1. Найти значение выражения:

а) $\cos 420^\circ + \operatorname{tg} 405^\circ - \sin 720^\circ$

б) $\sin 330^\circ - \cos 690^\circ \cdot \operatorname{tg} 210^\circ$

2. Упростить: а) $\frac{\cos x}{1 - \sin x} - \operatorname{tg} x$

б) $\sin^2 x - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$

3. Определить чётность функций: а) $f(x) = \frac{3x^3}{2x^3 + 4x}$ б) $f(x) = \frac{x^4 \sin x}{\operatorname{tg}^2 x}$

4. Нарисуйте эскиз графика функции, удовлетворяющий данным свойствам. № 78(а, б, в, г) (Колмогоров)

Задание 3. Самостоятельная работа.

Исследовать функцию по заданному графику (по схеме) стр. 52

1 вар. рис. 57(а) 2 вар. рис. 57 (б)

3 вар. рис. 57(в) 4 вар. рис. 57 (г)

Литература: 1. Колмогоров А.Н.Алгебра и начала анализа, 10-11. стр.52

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

Тема: Обратные тригонометрические функции. Решение простейших тригонометрических уравнений.

Цель: - уметь находить значения обратных тригонометрических функций
- уметь решать простейшие тригонометрические уравнения;
- знать особые случаи решения тригонометрических уравнений;

Теоретические сведения к практической работе

Определение 1. Обратной тригонометрической функцией $\varphi = \arcsin a$ называется величина (дуга, угол, число) φ , изменяющаяся в пределах $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$, если $\sin \varphi = a$.

Определение 2. Обратной тригонометрической функцией $\varphi = \arccos a$ называется величина (дуга, угол, число) φ , изменяющаяся в пределах $0 \leq \varphi \leq \pi$, если $\cos \varphi = a$.

Определение 3. Обратной тригонометрической функцией $\varphi = \operatorname{arctg} a$ называется величина (дуга, угол, число) φ , изменяющаяся в пределах

$$-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, \text{ если } \operatorname{tg} \varphi = a.$$

Определение 4. Обратной тригонометрической функцией $\varphi = \operatorname{arccotg} a$ называется величина (дуга, угол, число) φ , изменяющаяся в пределах $0 < \varphi < \pi$, если $\operatorname{ctg} \varphi = a$.

Из определений следует:

- 1) $\sin(\arcsin a) = a$, $\cos(\arccos a) = a$ при $|a| \leq 1$;
- 2) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a$, $\operatorname{ctg}(\operatorname{arccotg} a) = a$ при любом a .

Пример 1. Вычислить $\arccos(-1/2)$.

Согласно определению угол $\varphi = \arccos(-1/2)$ лежит между 0 и π $\cos \varphi = -1/2$. По формуле приведения $\cos \varphi = \sin \alpha$, где $\varphi = \frac{\pi}{2} + \alpha$, $-\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ или $\alpha = \frac{\pi}{6}$.
 Следовательно, $\varphi = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$. Отсюда: $\arccos(-1/2) = 2\pi/3$.

Решение простейших тригонометрических уравнений

Уравнение	Общее решение	Частные случаи		
		$a = -1$	$a = 0$	$a = 1$
$\sin x = a$, $ a \leq 1$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$x = \pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x = a$, $ a \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n$	$x = \pi + 2\pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$	$x = 2\pi n$
$\operatorname{tg} x = a$, $a \in (-\infty; \infty)$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$	$x = \pi n$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = a$, $a \in (-\infty; \infty)$	$x = \operatorname{arccotg} a + \pi n$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n$

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник

Порядок выполнения работы.

Задание 1. (Устно)

1. Что называют арксинусом числа a ? Для каких чисел существует $\arcsin a$, для каких нет?
2. Что называют арккосинусом числа a ? Для каких чисел a существует $\arccos a$, для каких нет?
3. Что называют арктангенсом числа a ? Для каких a существует $\operatorname{arctg} a$?

4. Имеет ли смысл запись: а) $\arcsin(-\frac{3}{4})$ б) $\arcsin\frac{\sqrt{5}}{2}$; в) $\arccos(-\frac{1}{2})$ г) $\arccos\frac{\sqrt{17}}{4}$; $\operatorname{arctg} 6$?

5. Найти : $\operatorname{arctg}\sqrt{3}$; $\arcsin(-1)$; $\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$; $\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$; $\operatorname{arctg}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$

Задание 2. 1.Выполнить задания №121,122,123 стр. 65 (Колмогоров) индивидуально с последующей фронтальной проверкой.

2.Выполнить задание №131 на доске . стр. 66 (Колмогоров)

3. Самостоятельная работа

1 вар. №126(а),№127 (г).№128(а)

2 вар. №126(б),№127 (в).№128(б)

3 вар. №126(в),№127 (б).№128(в)

4 вар. №126(г),№127 (а).№128(г)

Задание 4. Открыть справочники и повторить формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.

1. Какие уравнения называют простейшими тригонометрическими уравнениями?

2. При каком a уравнение $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ имеет решение?

3. При каких a уравнение $\sin x = a$, $\cos x = a$ решается по особым формулам?

Задание 5. Решить уравнения № 137(б) на доске, остальные уравнения этого номера решаются самостоятельно, аналогично №139(а)- на доске, остальные задания в тетради самостоятельно, №141(б)

Тетради забираются на проверку.

Литература.1. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа, 10-11. стр.71-72, стр. 65-66.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

Тема: Решение тригонометрических уравнений

Цель: -научиться решать тригонометрические уравнения:

а) сводящиеся к квадратным;

б) однородные уравнения 1 и 2 степени;

в) разложением левой части на множители.

г) рассмотреть решение системы тригонометрических уравнений.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Организуйте работу парами и ответьте на вопросы:

- Какие тригонометрические уравнения называются простейшими?
- Что понимают под решением тригонометрического уравнения?
- По каким формулам находятся решения простейших тригонометрических уравнений?
- Перечислите основные способы решения тригонометрических уравнений.

– Как решаются уравнения, сводящиеся к квадратным?

– Как решаются однородные уравнения 1 и 2 степени?

Пример 1. Решить уравнение:

$$\sin x + 2 \cos x = 0$$

Это классический пример однородного тригонометрического уравнения первой степени: степень каждого одночлена равна единице, свободный член равен нулю.

Прежде чем делить обе части уравнения на $\cos x$, необходимо проверить, что корни уравнения $\cos x = 0$ не являются корнями исходного уравнения. Проверяем: если $\cos x = 0$, то $\sin x \neq 0$, следовательно их сумма не равна нулю.

Разделим обе части уравнения на $\cos x$.

Получим:
$$\frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\cos x} = 0$$

$$\operatorname{tg} x + 2 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -2$$

$$x = \operatorname{arctg}(-2) + \pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\operatorname{arctg}(2) + \pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = -\operatorname{arctg}(2) + \pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$

Пример 2. Решить уравнение:

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$$

Коэффициент a отличен от 0 и поэтому как и предыдущем уравнении $\cos x \neq 0$ и поэтому можно воспользоваться способом деления обеих частей уравнения на $\cos^2 x$.

Получим
$$\operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x - 3 = 0$$

Решаем путем введения новой переменной пусть $\operatorname{tg} x = a$, тогда получаем уравнение

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$D = 4 - 4(-3) = 16$$

$$a_1 = 1 \quad a_2 = -3$$

Возвращаемся к замене

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} x &= 1 \\ x &= \pi/4 + \pi n\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} x &= -3 \\ x &= \operatorname{arctg}(-3) + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x &= -\operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

$$\pi/4 + \pi n; -\operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \textbf{Ответ:}$$

Задание 2. Вспомните, как решаются уравнения, сводящиеся к квадратным?

Решите уравнение: В-1. № 621(1), № 622 (3). В-2. № 621 (3), № 622(4).

Задание 3. Вспомните, как решаются уравнения вида $a \sin x + b \cos x = c$?

Решите уравнение: В-1. № 624 (3), № 663 (1). В – 2. № 624(2), № 663(3).

Задание 4.

а) Вспомните формулы: сумма и разность синусов, сумма и разность косинусов и решите уравнение: В-1 № 626(2). В-2. № 626(1).

б) Каким способом можно решить следующее уравнение?:

В-1. №660 (1), В-2 № 660(3).

в) Для каких углов не определен ?

Выполните В-1. №612(6) В-2. №612(5).

Задание 5. Разберите решение задачи 15 на стр.188 и решите в парах № 645.

Дополнительное задание № 678 (1, 3, 4).

Контроль знаний студентов: проверить практическую работу студентов.

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.181.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15

Тема: Решение тригонометрических уравнений

Цель: - Уметь решать уравнения, используя формулы сложения;

- уметь решать уравнения с помощью формул преобразования суммы тригонометрических функций в произведение;

- уметь решать уравнения непосредственно сводящиеся к простейшим;

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы:

Задание1. (Устно)

1. Из предложенных уравнений выбрать те, которые : а) не имеют решения; б) имеют одну серию решений; в) имеют две различные серии решений;

$$\cos x = 2, \cos x = -1, \cos x = 0, \cos(x + \frac{\pi}{2}) = 3, \cos x = 0,1, \sin x = -\frac{4}{3}, \sin x + 1 = -\frac{4}{3},$$

$$2\sin x = -3, 2\cos x = \sqrt{2}$$

2. Верны ли равенства : а) $3\sin^2 x + 3\cos^2 x = 3$

.) $(\sin x + \cos x)^2 = 2 \sin x \cos x$

3. Упростить: а) $\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ = 1$

б) $1 - \sin^2 45^\circ$

4. Решить уравнения: а) $3x^2 + x = 0$ б) $2x + 3 = 1$ в) $4x - 5 = 3$

Теоретические сведения к практической работе

Формулы сложения

$$\begin{aligned}\sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \\ \operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{-1 \pm \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta}\end{aligned}$$

Задание 2.. Используя формулы сложения, решить уравнения: № 11.16 (а, в) № 11.17 (а, б) (Никольский) стр. 306

Пример 1 Решить уравнение: $\sin 3x \cos x + \sin x \cos 3x = 0$, используем формулу: $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$

$$\sin(3x + x) = 0$$

$$\sin 4x = 0$$

$$4x = \pi k$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi k}{4}, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Задание 3. Решить уравнения, используя формулы суммы и разности:

$$\begin{aligned}\sin \alpha + \sin \beta &= 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \text{ или } \cos \alpha - \cos \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta - \alpha}{2}\end{aligned}$$

Выполнить №22.10(а, б, в, г) (Мордкович), стр.63

Задание 4. Тест "Реши уравнение"

1) $\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}$

Варианты ответов: 1) πm , $m \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$

3) $\mp \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

4) $\mp \frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

2) $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$

Варианты ответов: 1) $(-1)^{\frac{n\pi}{3}} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

2) $(-1)^{\frac{k\pi}{6}} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

3) $\mp \frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$

4) $\mp \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

3) $2\sin x \cos x = \frac{1}{2}$

Варианты ответов: 1) $\mp \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$2) (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4) \mp \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$4) 3\cos x - \sin 2x = 0$$

Варианты ответов: 1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$

$$2) 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \mp \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4) \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$5) \cos^2 x = 1 + \sin^2 x$$

Варианты ответов: 1) $\frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$

$$2) \frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$3) \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$4) \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответы:

№1	№2	№3	№4	№5
4	1	2	4	3

Литература: 1. : Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа Часть 2. Задачник. стр. 63

2. Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа. 10, стр. 306

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

Тема: Решение тригонометрических уравнений

Цель: - уметь вычислять обратные тригонометрические функции;

- уметь решать простейшие тригонометрические уравнения;

- уметь определять тип тригонометрического уравнения и решать различные типы уравнений: сводящиеся к квадратным, однородные, разложением на множители, с применением формул сложения и др.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы:

Задание1.(Упражнения с комментариями)

1. Вычислить: а) $\arctg 1 + \arcsin \frac{1}{2}$, б) $\arctg(-1) - \arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

с) $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2}) - \arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ д) $\arctg(-\sqrt{3}) - \arctg(-\frac{1}{\sqrt{3}})$

2. Решить уравнения: а) $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ в) $\tg \frac{x}{4} = -1$

Задание2. Решить уравнения (в парах) №18.11 (а,б)стр. 47 (Мордкович) и №168(а),№169(б) (Колмогоров) стр.80

Пример1. Решить уравнение: $4\sin^2 x - \sin 2x = 3$

Решение: По формулам: $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. запишем исходное уравнение : $4\sin^2 x - 2\sin x \cos x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$$4\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\sin^2 x - 3\cos^2 x = 0$$

После приведения подобных слагаемых имеем:

$\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$. Получили однородное уравнение 2 степени, разделим все слагаемые на $\cos^2 x$: $\tg^2 x - 2\tg x - 3 = 0$, пусть $\tg x = y$

$y^2 - 2y - 3 = 0$ Пришли к квадратному уравнению $D = 16$, $y_1 = 3$, $y_2 = -1$

$$\tg x = 3 \quad x = \arctg 3 + \pi n$$

$$\tg x = -1 \quad x = \arctg(-1) + \pi n, \quad x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

Ответ: $x = \arctg 3 + \pi n$

$$x = \frac{\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

Задание 3. Самостоятельная работа

1 вар. 1) $4\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ 2) $\sin x - 2\cos x = 0$

2 вар. 1) $3\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$ 2) $2\sin x + \cos x = 0$

3 вар. 1) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ 2) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 0$

4 вар. 1) $5\sin^2 x + 6\cos x - 6 = 0$ 2) $\cos x - \sin x = 0$

Литература: 1. : Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа Часть 2. Задачник. стр. 47

2. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа, 10-11. стр. 80

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

Тема: Предел функции

Цель: научиться вычислять предел функции.

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Перечислите теоремы и следствия из них, на которых основано вычисление предела функции.

Задание 2. Рассмотрите решение задачи 1 (стр. 77).

Какие теоремы о пределах применились при вычислении данных пределов функций? Используя эти теоремы выполните № 5(1), № 6(1), № 7(1), № 8(1).

Теоретические сведения к практической работе

Определение предела функции

Число **A** называется пределом функции $y=f(x)$ в пункте x_0 , когда для любого положительного числа ε существует такое положительное число δ , что для всех x , которые удовлетворяют неравенству $0 < |x - x_0| < \delta$ выполняется неравенство: $|f(x) - A| < \varepsilon$

Когда число **A** является пределом функции **f(x)**, то пишут:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$$

Задание 3. Рассмотрите решение задачи 2(2;3) (стр. 77) и ответьте на вопрос:

1. В каком случае нельзя применить теорему о пределе отношения ?
2. Как вычислить предел функции, если теорему о пределе Отношения применить нельзя? Выполните № 10(1), №11(1), № 12(1), №13(1).

Задание 4. Рассмотрите решение задачи 3(1) (стр.78) и ответьте на вопросы:

1. На какой множитель были умножены и числитель и знаменатель дроби?
2. По какой формуле был свернут знаменатель?
3. Для чего дробь сократили на x ?

Выполните № 15(1;2).

Контроль знаний студентов: выполнить задание по 2-м вариантам (задание выдает преподаватель).

Литература: Богомолов Н. В. Практические занятия по математике, с.77-80.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

ТЕМА: Нахождение производных элементарных функций.

Правила вычисления производных.

Цели:

- научиться находить производную: а) показательной функции, б) логарифмической функции, в) тригонометрических функций;
- научиться находить производную сложной функции.

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы:

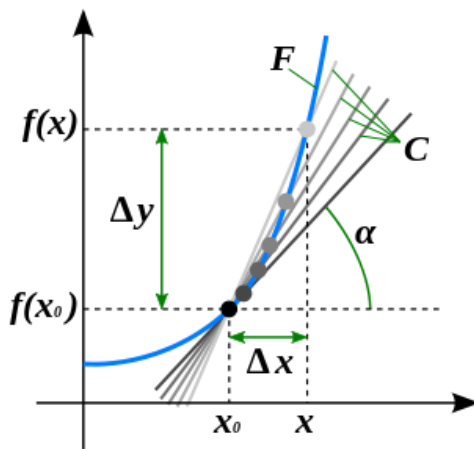
Задание 1. Вопросы для повторения.

1. Дайте определение элементарных функций.
2. Чему равна производная степенной функции?
3. Чему равна производная показательной функции?
4. Чему равна производная логарифмической функции?
5. Чему равна производная синуса? косинуса? тангенса?
6. Чему равна производная сложной функции?

Теоретические сведения к практической работе

Производная (функции в точке) — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции (в данной точке). Определяется как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если такой предел

существует. Функцию, имеющую конечную производную (в некоторой точке), называют дифференцируемой (в данной точке).



7. Процесс вычисления производной называется **дифференцированием**. Обратный процесс — нахождение первообразной — интегрирование.

Определение производной функции через предел

Пусть в некоторой окрестности точки $x_0 \in \mathbb{R}$ определена функция $f: U(x_0) \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Производной

функции f в точке x_0 называется предел, если он существует,

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Правила дифференцирования

Операция нахождения производной называется **дифференцированием**. При выполнении этой операции часто приходится работать с частными, суммами, произведениями функций, а также с «функциями функций», то есть сложными функциями. Исходя из определения производной, можно вывести правила дифференцирования, облегчающие эту работу. Если C — постоянное число и $f=f(x)$, $g=g(x)$ — некоторые дифференцируемые функции, то справедливы следующие правила дифференцирования:

- $C' = 0$
- $x' = 1$
- $(f + g)' = f' + g'$
- $(fg)' = f'g + fg'$
- $(Cf)' = Cf'$
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \dots (g \neq 0)$
- $\left(\frac{C}{g}\right)' = -\frac{Cg'}{g^2} (g \neq 0)$

Таблица производных основных математических функций:

8.

Функция $f(x)$	Ее производная $f'(x)$
x^n	nx^{n-1}
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sin X$	$\cos X$
$\cos X$	$-\sin X$
$\operatorname{tg} X$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{Ctg} X$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
x	1
C (число)	0
e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$

Задание 2. Организуйте работу парами и проверьте знание формул производных элементарных функций друг у друга.

Задание 3. Разберите решение задачи 4 (см. стр. 244), задайте вопросы по задаче. Выполните № 831- № 838(1), № 840- № 842(1;3).

Задание 4. Запишите формулу для нахождения производной сложной функции.

Найти производную сложной функции. № 845(1;3), № 848(1).

Контроль знаний студентов:

Вариант-1. № 869(5;8), № 871(1), № 872(5), № 873(3), № 876(4).

Вариант-2. № 869(6;7), № 871(3), № 872(3), № 873(4), № 876(1).

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.238, стр.241.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

ТЕМА: Правила вычисления производных. Производная сложной функции.

Цель: - уметь находить производные элементарных функций;

- знать правила вычисления производных и уметь ими пользоваться;

- знать формулу для нахождения производной сложной функции и уметь ей пользоваться;

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Вопросы для повторения:

1. Дайте определение производной.

2. Каков алгоритм нахождения производной функции?

3. Чему равна производная суммы, производная произведения, производная частного двух функций?

4. Что происходит с производной при умножении функции на некоторую постоянную?

5. Какая функция называется сложной?

6. Записать формулу для нахождения производной сложной функции.

Теоретические сведения к практической работе

Если функция $y=f(x)$ имеет производную в точке x_0 , а функция g

имеет производную в точке $y_0=f(x_0)$, то сложная функция $h(x)=g(f(x))$ также имеет производную в точке x_0 , причём $h'(x_0)=g'(f(x_0)) \circ f'(x_0)$.

Пример 1. Найти производную: $y = (3x^4 - 7)^{11}$

$$u = 3x^4 - 7 \quad u' = 12x^3$$

$$v = u^{11} \quad v' = 11u^{10} \quad y' = 132x^3(3x^4 - 7)^{10}$$

Пример 2. Найти производную: $y = 6 \sin 5x$

$$u = 5x \quad u' = 5$$

$$v = 6 \sin u \quad v' = 6 \cos u \quad y' = 30 \cos 5x$$

Задание 2.

1. Выполнить задания на нахождение производной произведения и частного : №28.16(а, б) , №28.18 (а, б), №28.20(а, б), (Мордкович) на доске.

2. Выполнить задания №28.16(в, г) , №28.18(в, г) №28.20(в, г) самостоятельно с последующей проверкой.

3. Выполнить задания на нахождение производной сложной функции №28.28(в, г), № 28.29 (в, г), №28.30(в, г) на доске.

Задание 3. Выполнить самостоятельную работу.

Найти производные: (задания по учебнику Колмогорова)

1 вариант. № 209 (а); № 213 (а), № 215 (а), № 224 (а)
 2 вариант № 209 (б); № 213 (б), № 215 (б), № 224 (б)
 3 вариант № 209 (в); № 213 (в), № 210 (а), № 222 (а)
 4 вариант № 209 (г); № 213 (г), № 210 (б), № 222 (б)
 Литература. : Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа Часть 2. Задачник. стр. 84, 85.

2. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа, 10-11. стр. 117, 120

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

ТЕМА: Решение неравенств методом интервалов. Уравнение касательной. Нахождение скорости и ускорения.

Цель: - научиться решать дробно – рациональные неравенства методом интервалов;

- научиться составлять уравнение касательной;

- знать геометрический и физический смысл производной;

Оснащение занятия: учебник, справочник.

Порядок выполнения:

Задание 1. Прочитайте п.8 стр.89 и запишите в конспект:

а) На каком свойстве функции основано решение неравенств методом промежутков?

б) Составьте алгоритм для нахождения промежутков знакопостоянства функции $y = f(x)$.

в) Запишите в конспект ответы на следующие вопросы:

Что является графиком линейной функции?

г) Что называется касательной к графику функции $y=f(x)$?

В чем состоит геометрический смысл производной?

Задание 2. Решите неравенство по алгоритму:

Найдите значения переменной, при которых дробь равна нулю.

Найдите значения переменной, при которых дробь не имеет смысла.

Отметьте на координатной прямой найденные числа.

На каждом из полученных промежутков определите знак значений дроби. Отметьте эти данные на рисунке.

Запишите, на каких промежутках дробь принимает неположительные значения.

Если вы все верно выполнили, то должны получить ответ:

Задание 3. По алгоритму (смотри выше) решите неравенства:

$$1) \frac{x^2 - 2x + 11}{2x - 7} > 0 ; 2) \frac{x^2 - 5x + 8}{2x + 1} \leq 0 ; 3) \frac{x^2 - 5x + 61}{3x + 9} \geq 0 ; 4) \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 5} > 0 .$$

Задание 4. Рассмотрите решение № 64 стр. 91 (Н. В. Богомолов) и составьте алгоритм его решения. Следуя алгоритму, выполните

№ 68(1).

Контроль знаний студентов: Самостоятельная работа по 2-м вариантам.

Вариант 1. 1. Решите неравенство: №244(Колмогоров)(а,б).

Выполните № 68(3) стр.91 (Богомолов Н. В.)

Вариант 2. 1. Решите неравенство №244 (в, г)

Выполните № 68(4) стр.91 (Богомолов Н. В.).

Литература: 1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике стр.89.

2. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 10-11, стр. 128.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 21

ТЕМА: Решение задач прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения

Цель: - научиться находить наибольшее и наименьшее значения функции;

- научиться применять метод поиска наибольших и наименьших значений функции к решению прикладных задач

Оснащение занятия: карты – задание, справочники, учебники.

Теоретические сведения к практической работе

Теорема Вейерштрасса. Непрерывная на отрезке $[a; b]$ функция принимает на этом отрезке наибольшие и наименьшие значения

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции $y=f(x)$ на отрезке $[a; b]$

1. Найти область определения $D(f)$;

2. Найти производную;

3. Найти критические точки, т.е. точки, в которых $f'(x)=0$ или $f'(x)$ не существует;

4. Проверить, принадлежат ли найденные критические точки заданному отрезку $[a; b]$;

5. Вычислить значения функции в тех критических точках, которые принадлежат заданному промежутку, и на его концах ;

6. Из полученных результатов выбрать наибольший и наименьший.

Пример 1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-3x^2-45x+1$ на отрезке $[-4; 4]$

Решение: 1) $D(f): \mathbb{R}$

Используем алгоритм 2) $y'=3x^2-6x-45$

3) Производная существует при всех x , но $y'=0$ при $3x^2-6x-45=0$ или $x^2-2x-15=0$. Решив это квадратное уравнение, получаем $x_1=-3$, $x_2=5$ - критические точки

4) $-3 \in [-4; 4]$; 5 не принадлежит $[-4; 4]$

5) $y'(-3) = (-3)^3 - 3 \cdot (-3)^2 - 45 \cdot (-3) + 1 = 82$

$y'(-4) = 69$ $y'(4) = -163$

6) Ответ: $y_{\text{наиб.}} = y(-3) = 82$; $y_{\text{наим.}} = y'(4) = -163$

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Внимательно прочитайте п.52, стр.273 (до задачи 1) и ответьте на вопросы:

1) Для функции укажите какое значение наибольшее или наименьшее принимает эта функция на:

а) интервале $(-0,5; 0,5)$ б) отрезке $[-1; 2]$ в) отрезке $[0; 2]$?

2) Чему равно это значение?

Задание 2. Запиши в тетрадь и запомни: если функция непрерывна и возрастает (убывает) на каком-то промежутке, то наибольшее и наименьшее значения достигаются ее на концах промежутка.

Задание 3. Запишите в тетрадь алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на данном отрезке $[a; b]$, стр.273.

Задание 4. Рассмотрите применение этого алгоритма при решении задач 1 и 2, затем решите их самостоятельно и сравните результаты.

Задание 5. Прочитайте п.2, стр.274 и ответьте на вопросы:

1) Сколько стационарных точек имеет функция $f(x)$ на заданном интервале? Как эти точки называют?

2) В какой точке функция $f(x)$ принимает наибольшее (наименьшее) значение на заданном интервале?

Задание 6. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции не на отрезке,

а на интервале? Чтобы ответить на этот вопрос рассмотрите задачу 3 и решение запишите в тетрадь.

Контроль знаний студентов:

Задание 1. Выполните №936(б, г) в парах. В-1. №936(а) В-2. №936(в).

Задание 2. В-1. №937(1), №938(2). В-2. №937(2), №938(1).

В парах выполните №938(3).

Задание 3. В-1. №939(1). В-2. №939(2). В парах выполните №940, №941

Задание 4. Проверьте знания, ответив на контрольные вопросы:

1. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке?
2. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции не на отрезке, а на интервале?
3. Какое утверждение используют при решении некоторых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции?

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.273.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 22

Тема: Решение задач прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения

Цели: - уметь решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции;

- уметь решать задачи на оптимизацию, знать алгоритм решения таких задач;

Оснащение занятия: учебник, справочник.

Теоретические сведения к практической работе

Задачи на оптимизацию решают по схеме: 1) составление математической модели; 2) работа с моделью; 3) ответ на вопрос задачи;

1 этап. Составление математической модели.

1) Проанализировав условие задачи, выделите оптимизируемую величину (О.В.), т.е. величину о наибольшем и наименьшем значений которой идет речь, обозначить у.

2) Одну из участвующих в задаче неизвестных величин, через которую нетрудно выразить О.В., примем за x .

3) Исходя из условий задачи, выразите y через x . Математическая модель задачи представляет собой функцию $y=f(x)$ с областью определения X .

Задача. Найти размеры участка прямоугольной формы, который нужно огородить забором длиной 200м, чтобы площадь этого участка была наибольшей.

1) Оптимизируемая величина (О.В.) - площадь участка, т.к. в задаче требуется выяснить, когда эта площадь будет наибольшей. Обозначим О.В. буквой S .

2) Площадь участка зависит от размеров этого участка. Пусть независимая переменная (Н.П.) сторона прямоугольника; обозначим её буквой x , $x > 0$, тогда вторая сторона $100-x$, значит $0 < x < 100$

3) Т.к. периметр участка 200м, то площадь можно записать: $S = x(100-x) = 100x - x^2$. Т.к. S - непрерывна на всей числовой прямой, то будем искать её значения на отрезке $[0; 100]$, т.е. задачу прикладного характера мы переложили на язык математики. Используя алгоритм нахождения наибольшего значения: 1) $S = 100x - x^2$; 2) $S' = 100 - 2x$ 3) $100 - 2x = 0$, $x = 50$ $50 \in [0; 100]$,

4) $S(0) = 0$; $S(50) = 2500$ $S(100) = 0$

Ответ: 50м, 50м.

Порядок выполнения:

Задание 1. Ответьте на вопросы:

1) Что называют максимумом функции $y=f(x)$ на отрезке $[a; b]$, как его обозначают?

2) Что называют минимумом функции $y=f(x)$ на отрезке $[a; b]$, как его обозначают?

3) Верно ли, что если функция $y=f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$, то существуют точки этого отрезка, в которых функция принимает своё наибольшее и наименьшее значения?

Задание 2. Решить задачу. Из всех прямоугольников, площадь которых равна 9 см^2 , найти прямоугольник с наименьшим периметром. (решается на доске)

Задание 3. Решить задачу (на доске). Число 24 представьте в виде суммы двух слагаемых так, чтобы сумма квадратов была наибольшей.

Задание 4. Самостоятельная работа в парах с последующей проверкой: №313, №317, №315.

Самостоятельная работа. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке.

1 вариант. $y = \frac{1}{4}x^4 - 8x^2$ на $[-1; 2]$

2 вариант. $y = 2x^4 - 8x$ на $[-2; 1]$

3 вариант. $y = x^3 - 2x^2 + 8x - 2$ на $[-4; 2]$

4 вариант. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ на $[-1; 2]$

Литература. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 10-11, стр. 158, 159.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 23

Тема: Примеры применения производной к исследованию функции и построению графиков.

Цель: научиться исследовать свойства функции и строить её график с помощью производной.

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Теоретические сведения к практической работе

Схема исследования функции с помощью производной

1. Область определения функции:

$D(f)$ – значения x , при которых функция существует.

2. Четность или нечетность функции:

Функция четная, если $f(-x) = f(x)$, график симметричен относительно оси OY ;

функция нечетная, если $f(-x) = -f(x)$, график симметричен относительно начала координат.

3. Точки пересечения графика с осями координат:

с осью OY : $x=0$, находим y ;
с осью OX : $y=0$, находим x ;

4. Находим производную $f'(x)$

5. Находим критические точки функции – точки, в которых производная функции равна нулю или не существует.

$f'(x)=0$. Строим интервалы. Точки, в которых производная $= 0$ или не существует, разбивают область определения $f(x)$ на промежутки, в которых $f'(x)$ сохраняет постоянный знак.

6. Находим промежутки возрастания и убывания функции – определяем знак производной в какой-либо точке методом интервалов

если $f'(x)>0$, то функция возрастает;
если $f'(x)<0$, то функция убывает;

7. Находим точки экстремума функции – точки максимума и минимума.

если в т. x_0 $f'(x)$ меняет знак с “+” на “-”, то x_0 – точка максимума;
если в т. x_0 $f'(x)$ меняет знак с “-” на “+”, то x_0 – точка минимума;

8. Находим значения функции $f(x)$ в точках экстремума $f(x_{min})$ и $f(x_{max})$ – экстремумы функции

9. Находим $f''(x)$

если $f''(x)>0$, то функция вогнутая;
если $f''(x)<0$, то функция выпуклая;

10. Находим дополнительные точки для исследования поведения функции при $x \rightarrow ?$ и при $x \rightarrow -?$

11. Находим асимптоты функции

12. Строим график.

Исследование и построение графика функции

$$f(x) = x^3 - 3x$$

1. $D(f) = \mathbb{R} \quad x \in (-\infty; +\infty)$

$$2. f(-x) = (-x)^3 - 3 \cdot (-x) = -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x)$$

$f(-x) = -f(x)$ функция нечетная, т.е. график симметричен относительно начала координат.

3. Находим точки пересечения с осями координат:

с осью OY : $x = 0$ $y = 0$ $(0; 0)$

с осью OX : $y = 0$

$$x^3 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 0 \quad x^2 = 3$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \sqrt{3} \quad x_3 = -\sqrt{3}$$

4. Находим производную функции:

$$f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$$

5. Находим критические точки функции:

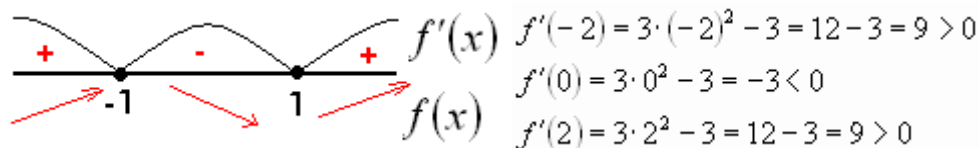
$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$3(x^2 - 1) = 0 \quad x^2 = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -1$$

6. Находим промежутки возрастания и убывания функции:



7. Находим точки экстремума функции:

$$x_{\max} = -1 \quad x_{\min} = 1$$

8. Находим значения функции $f(x)$ в точках экстремума:

$$x_{\max} = -1 \quad y_{\max} = f(x_{\max}) = f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) = -1 + 3 = 2$$

$$x_{\min} = 1 \quad y_{\min} = f(x_{\min}) = f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 = 1 - 3 = -2$$

9. Заполняем таблицу:

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

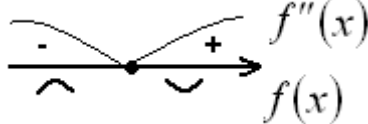
$f'(x)$	$\nearrow$	α	$\searrow$	$-\alpha$	$\nearrow$
		max		min	

10.

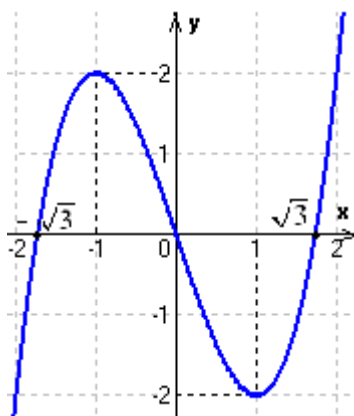
$$f''(x) = (3x^2 - 3)' = 6x$$

$$f''(x) = 0$$

$$x = 0$$



11. Строим график



Порядок выполнения работы:

Задание 1. Организуйте работу парами и дайте (устно) ответы на вопросы:

1. Что называется областью определения функции?
2. Характеризуется ли возрастание и убывание функции знаком её производной? Если да, то сформулируйте правило возрастания и убывания функции.
3. Какие точки называют стационарными?
4. Какие точки называют точками экстремума? Как называют значения функции в точках экстремума?

По окончании работы в парах ответы будут заслушаны перед группой.

Задание 2. Выполните №923.

Задание 3. Повторите схему исследования свойств функции (п.51, стр.268).

Задание 4. Рассмотрите решение задачи 1, стр.267, затем по схеме исследования свойств функции постройте график данной функции самостоятельно. Сравните результаты.

Задание 5. Постройте график функции

Задание 6. Рассмотрите решение задачи 3, стр.269 и запишите вывод.

Задание 7. Выполните №927(1,3).

Задание 8. Рассмотрите решение задачи 4, стр.271. Полное её решение запишите самостоятельно.

Задание 9. Постройте график функции:

В-1. №926(1), №928(2), № 930(3), № 932(1).

В-2. №926(3), №928(1), №930(2), №932(2).

Контроль знаний студентов: проверить практическую работу студентов.

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.267.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 24

Тема: ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ

Цели:

- научиться находить первообразные заданных функций;
- знать таблицу первообразных, правила вычисления первообразных;
- закрепить теоретические знания по теме «Первообразная»;
- научиться вычислять определённый интеграл

Оснащение занятия: учебники, справочники, конспекты, таблица первообразных.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторение теоретического материала.

1.Что следует понимать под дифференцированием функции? Устно №802.

2.Что называется первообразной функции? Выполните устно №983.

3. Какое действие называется интегрированием?

4. Какая функция называется первообразной для данной функции $f(x)$?

5.Дайте определение неопределённого интеграла.

6.Дайте определение подынтегральной функции и подынтегральному выражению.

7.Как проверяется результат интегрирования?

Теоретические сведения к практической работе

Определение: Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на промежутке I , если для любого x из промежутка I выполняется равенство:

$$F'(x) = f(x)$$

Или Первообразной для функции $F(x)$ называется функция, производная которой равна данной.

Основная задача интегрирования: записать все первообразные для данной функции. Решить её - значит представить первообразную в таком общем виде: $F(x)+C$

Таблица первообразных.

Функция	k (постоянная)	$x^p,$ $p \neq -1$	$\frac{1}{x}$	e^x	a^x	$\sin x$	$\cos x$
Первообразная	$kx + C$	$\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$	$\ln x + C$	$e^x + C$	$\frac{a^x}{\ln a} + C$	$-\cos x + C$	$\sin x + C$

Правило 1. Если F есть первообразная для f , а G - первообразная для g , то $F+G$ есть первообразная для $f+g$.

Правило 2. Если F есть первообразная для f , а k – постоянная, то функция kF -первообразная для kf .

Правило 3. Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k и b - постоянные, причем $k \neq 0$, то $\frac{1}{k}F(kx+b)$ есть первообразная для $f(kx+b)$.

Задача 1. Найти все первообразные функции

а) $f(x) = \sin(3x + 2)$ з) $f(x) = e^{\frac{x+2}{3}}$

б) $f(x) = (\cos \frac{x}{3} - 2)$ д) $f(x) = \frac{1}{2x+2}$

в) $f(x) = e^{3x} + \sin 2x$ е) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{6}} + 3 \cos(4x + 1)$

ж) $f(x) = \sin x \cos x$

Пользуясь таблицей первообразных элементарных функций и свойствами первообразных решим :

а) $F(x) = \frac{1}{3}(-\cos(3x + 2)) + C = -\frac{\cos(3x+2)}{3} + C$

б) $F(x) = \frac{1}{\frac{1}{3}} \sin(\frac{x}{3} - 2) = 3 \sin(\frac{x}{3} - 2) + C$

в) $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Задание 2. Рассмотрите решение задачи 2 стр.289 и составьте план нахождения

первообразной для заданной функции, график которой проходит через некоторую точку. Ответ будет заслушан перед группой.

Задание 3. Выполните №1033(1) в парах. В-1. №1033(3). В-2. №1033(5).

Задание 4. Повторите таблицу первообразных на стр.290. Организуйте работу

парами и проверьте друг друга.

Задание 5. Рассмотрите решение задачи 1, стр.291 и выполните №988(3), №989(5;7), №990(3).

В-1. №988(1), №989(1), №990(5). В-2. №988(5), №989(3), №990(1).

Задание 6. Рассмотрите решение задачи 2, стр.291 и выполните №991(5;7).

В-1. №991(1), №992(3). В-2. №991(3), №992(1).

Задание 7. В группе выполните №993(2;4), №994(2;4)–№998(2;4).

В-1. №993(3), №994(1), №995(1). В-2. №993(1), №994(3), №995(3).

Контрольные вопросы студентов:

1. Что называется первообразной? Перечислите свойства первообразной.
2. Назовите первообразные элементарных функций.

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.287-290.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 25

ТЕМА: ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛА В ФИЗИКЕ И ГЕОМЕТРИИ.

Цели: - научиться вычислять неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования.

-уметь вычислять площади плоских фигур и объёмы тел вращения с помощью определённого интеграла;

Оснащение занятия: учебник, конспекты, таблица первообразных.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Организуйте работу парами и проверьте друг у друга ответы на

вопросы:

1. Какое действие называется интегрированием?
2. Какая функция называется первообразной для данной функции $f(x)$?
3. Дайте определение неопределенного интеграла.
4. Дайте определение подынтегральной функции и подынтегральному выражению.
5. Как проверяется результат интегрирования?

Теоретические сведения к практической работе

Формула НЬЮТОНА- ЛЕЙБНИЦА

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Криволинейная трапеция и ее площадь

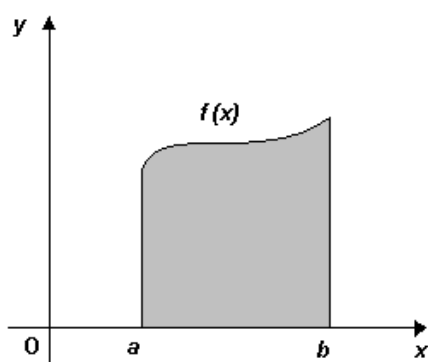
Определение. Криволинейной трапецией называют фигуру, ограниченную графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке $[a; b]$ функции f , Ox и прямыми $x=a$ и $x=b$.

Теорема . Пусть f -непрерывная и неотрицательная на отрезке $[a; b]$ функция, а S - площадь соответствующей криволинейной трапеции . Тогда если F есть первообразная для f на интервале , содержащем отрезок ,то $S=F(b)-F(a)$.

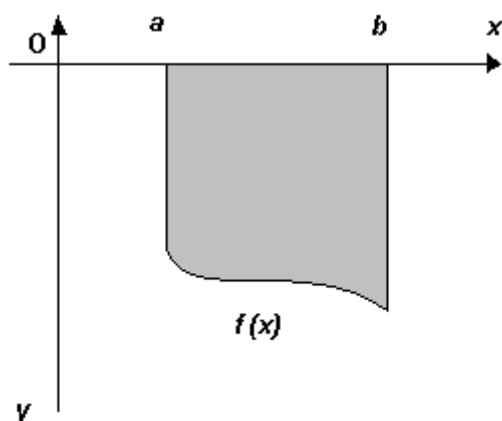
Вычисление площадей с помощью интеграла

1. Пусть функция f непрерывна и неотрицательна на отрезке $[a; b]$. Тогда площадь соответствующей криволинейной трапеции находится по формуле

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$



2. В том случае, когда непрерывная функция $f(x)$ неположительна на отрезке $[a; b]$, для вычисления площади криволинейной трапеции следует использовать формулу $S= - \int_a^b f(x)dx$.

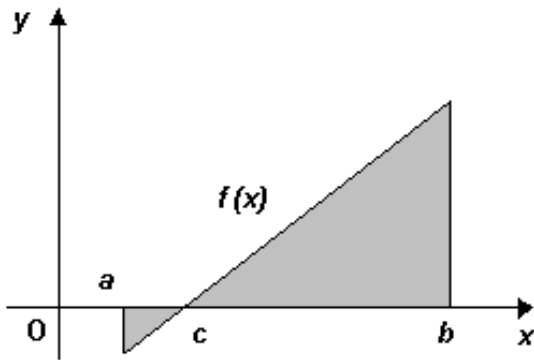


3. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$ и принимает на этом отрезке как положительные ,так и отрицательные значения. Тогда нужно разбит отрезок $[a; b]$ на такие части, в каждой на которых функция не

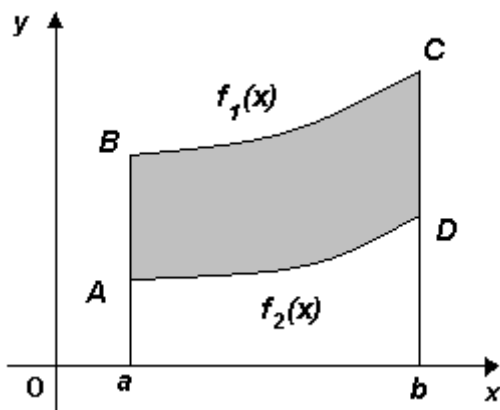
изменяет свой знак, затем вычислить по приведенным выше формулам соответствующие этим частям площади и эти площади сложить.

Например, площадь фигуры, изображенной на рисунке, находится по формуле

$$S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$



4. Площадь фигуры, ограниченной графиками двух непрерывных функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ и двумя прямыми $x=a$ и $x=b$, где $f_1(x) \geq f_2(x)$ на отрезке $[a; b]$, находится по формуле $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$.



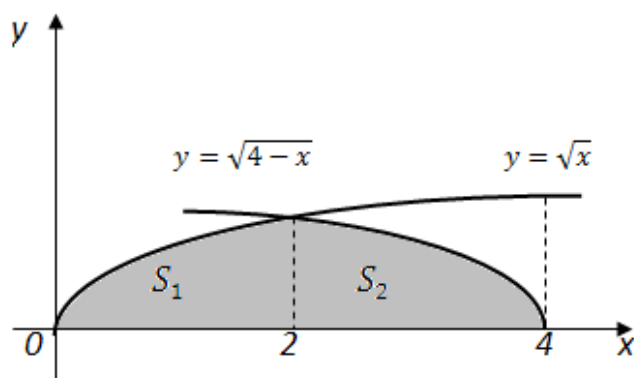
Задача 1. (Физическая задача). Тело движется прямолинейно со скоростью, изменяющейся по закону $v = 2t$ (м/с). Найти закон движения тела, если известно, что за первые две секунды оно прошло 15 м.

Решение. Множество всех первообразных функций $v(t) = 2t$, будет $s(t) = t^2 + C$, так как $s'(t) = v(t)$. Согласно условию $s(2) = 2^2 + C = 15$, $4 + C = 15$, откуда $C = 11$. Таким образом, искомый закон движения тела будет $s(t) = t^2 + 11$.

Задача 3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = \sqrt{4-x}, y = 0$$

Решение:



Вычислим абсциссы точек пересечения графиков этих функций

$$\sqrt{x} = \sqrt{4-x}, x = 4-x, 2x = 4, x = 2.$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$S_1 = F_1(2) - F_1(0), F_1(x) = \frac{2}{3} \cdot x\sqrt{x}, S_1 = \frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{2} - 0 = \frac{4\sqrt{2}}{3},$$

$$S_2 = F_2(4) - F_2(2), F_2(x) = -\frac{(4-x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3} \sqrt{(4-x)^3} = -\frac{2}{3} (4-x)\sqrt{4-x}$$

$$S_2 = \frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{2} ..$$

$$S = \frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ (кв.ед).}$$

$$\text{Ответ: } \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ (кв.ед).}$$

Задание 2. Повторите основные формулы интегрирования (стр.189, Богомолов Н. В.)

и выполните (в парах) № 11(1), № 14(3), № 16(1), №18(1), № 19(3), № 21(1), № 24 (1; 4), № 26(1), стр.193.

Какие формулы интегрирования применялись при выполнении данных номеров?

Задание 3. Выполните самостоятельно следующие номера.

Вариант 1. № 10(3), № 11(2), № 13(2), № 14(1), № 15(1), № 19(1), №20(1), №24(1), № 21(2), № 23(2), № 26(2).

Вариант 2. № 10(4), № 11(3), № 13(1), № 14(4), № 15(2), № 19(2), №20(3), №24(2), № 21(4), № 23(1), № 26(3)

Контроль знаний студентов:

– проверить практическую работу;

– индивидуальные вопросы.

Литература: Богомолов Н. В. Практические занятия по математике с. 188, с.193.

Оснащение занятия: учебники, справочники, конспекты, таблица первообразных.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторение теоретического материала.

1. Что следует понимать под дифференцированием функции? Устно №802.

2. Что называется первообразной функции? Выполните устно №983.

Задание 2. Рассмотрите решение задачи 2 стр.289 и составьте план нахождения

первообразной для заданной функции, график которой проходит через некоторую точку. Ответ будет заслушан перед группой.

Задание 3. Выполните №1033(1) в парах. В-1. №1033(3). В-2. №1033(5).

Задание 4. Повторите таблицу первообразных на стр.290. Организуйте работу

парами и проверьте друг друга.

Задание 5. Рассмотрите решение задачи 1, стр.291 и выполните №988(3), №989(5;7), №990(3).

В-1. №988(1), №989(1), №990(5). В-2. №988(5), №989(3), №990(1).

Задание 6. Рассмотрите решение задачи 2, стр.291 и выполните №991(5;7).

В-1. №991(1), №992(3). В-2. №991(3), №992(1).

Задание 7. В группе выполните №993(2;4), №994(2;4)–№998(2;4).

В-1. №993(3), №994(1), №995(1). В-2. №993(1), №994(3), №995(3).

Контрольные вопросы студентов:

3. Что называется первообразной? Перечислите свойства первообразной.

4. Назовите первообразные элементарных функций.

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.287-290.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №26

Тема: ОБОБЩЕНИЕ ПО ТЕМЕ: ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ

Цели:- научиться вычислять неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования;

- уметь находить первообразные, знать правила нахождения первообразных;

- знать основное свойство первообразных и его геометрический смысл;

- уметь находить площади криволинейных трапеций, знать алгоритм нахождения площади криволинейной трапеции;

- подготовиться к контрольной работе по теме;

Оснащение занятия: учебник, конспекты, таблица первообразных.

Задача 1. Найти первообразную для функции $f(x)=\sqrt{x}$ график которой проходит через точку $P(9; 1)$

Решение: Представим $\sqrt{x}$ в виде степени с рациональным показателем и воспользуемся формулой для первообразной степенной функции

$G(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$. Так как $G(x) = 1$, то решим уравнение относительно C

$$1 = \frac{2}{3} \cdot 9\sqrt{9} + C, C = -17$$

Ответ: $G(x) = \frac{2}{3} \cdot x\sqrt{x} - 17$

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Организуйте работу парами и проверьте друг у друга ответы на вопросы:

- 1.Какое действие называется интегрированием и как оно связано с дифференцированием?
- 2.Какая функция называется первообразной для данной функции $f(x)$?
- 3.В чём состоит геометрический смысл основного свойства первообразных?
4. Сформулируйте основное свойство первообразных.
5. В чем состоит геометрический смысл определённого интеграла?
- 6.Назовите основные свойства определённого интеграла.
- 7.Как проверяется результат интегрирования?

Задание 2. Повторите основные формулы интегрирования (стр.189, Богомолов Н. В.)

и выполните (в парах) №48.1, №48.2, №48.3, №49.1 и №49.2

Какие формулы интегрирования применялись при выполнении данных номеров?

Задание 3. Выполните самостоятельно следующие номера.

Вариант 1. №48.6(а,б); №48.12(а); №48.13; №49.11 (а)

Вариант 2. №48.6 (в,г); №48.12(в); №48.14; №49.11 (в)

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу;
- индивидуальные вопросы.

Литература: : Мордкович А.Г.Алгебра и начала математического анализа Часть 2.Задачник.стр.162,163,165,167.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №27

Тема: ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ.ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ.

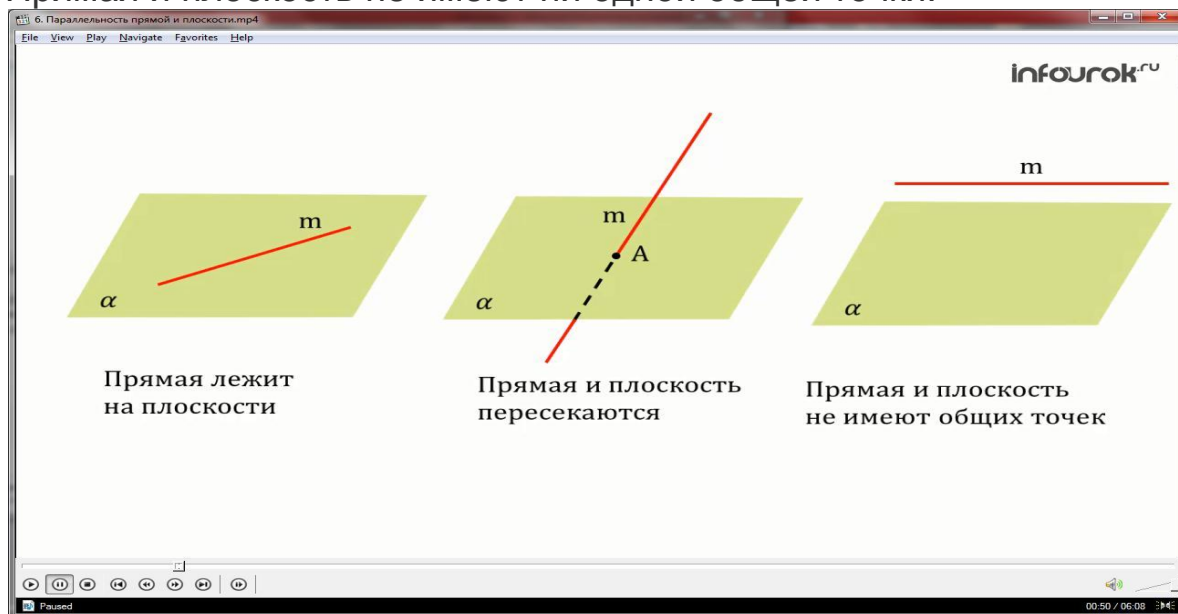
Цели:

- научиться выполнять чертеж к задачам;
 - научиться применять знания по данной теме при решении задач.
- Оснащение занятия: учебник, конспекты, схемы, карточки.

Теоретические сведения к практической работе

Три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве:

1. Прямая лежит в плоскости.
2. Прямая и плоскость имеют только одну общую точку (т.е. пересекаются).
3. Прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.



Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Признак параллельности прямой и плоскости:

Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

Свойство прямой, параллельной плоскости:

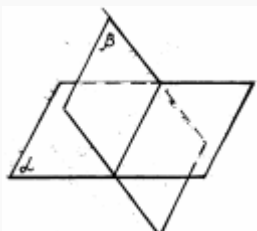
Если в одной из пересекающихся плоскостей лежит прямая, параллельная другой плоскости, то она параллельна линии пересечения плоскостей.

Параллельные плоскости – плоскости, не имеющие общих точек.

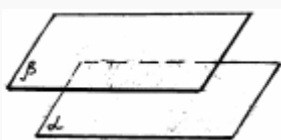
Признаки параллельности плоскостей:

- Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны. .

Случаи взаимного расположения плоскостей:

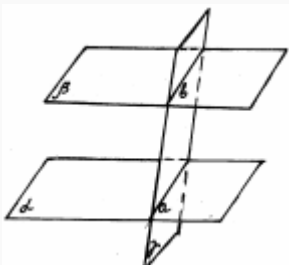


плоскости α и β пересекаются.

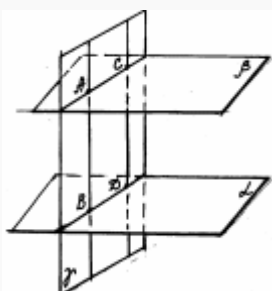


плоскости α и β параллельны.

Свойства параллельных плоскостей:



1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.



2. Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, равны.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторите теоретический материал.

Вопросы для повторения I группы.

1. Что изучает стереометрия?
2. Каковы основные (простейшие) фигуры в пространстве?
3. Сформулируйте аксиомы стереометрии.
4. Докажите теорему о плоскости, проходящей через прямую и не лежащую на ней точку.

Вопросы для повторения II группы.

1. Каково может быть взаимное расположение двух прямых в пространстве?
2. Какие прямые в пространстве называются параллельными? скрещивающимися?
3. Сформулируйте лемму о пересечении плоскости параллельными прямыми.
4. Докажите теорему о параллельности трех прямых.

Вопросы для повторения III группы.

1. Каково может быть взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве?
2. В каком случае прямая и плоскость называются параллельными?
3. Докажите признак параллельности прямой и плоскости.

Задание 2. Выполните № 17, № 20, № 23, № 30.

Контроль знаний студентов:

1. Ответить на вопросы теста:

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек?
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны?
3. Плоскости α и β параллельны, прямая k лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая k параллельна плоскости β ?
4. Верно ли, что если прямая a параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая a имеет только одну общую точку?
5. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
6. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей, параллельна одной из этих плоскостей?
7. Верно ли, что любые 4 точки лежат в одной плоскости?
8. Верно ли, что любые 3 точки лежат в одной плоскости?
9. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона параллельна плоскости α ?

1. Проверить правильность выполнения задания 2.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр.9-11.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №28

Тема: ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ. УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ. ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ.

Цели:

- научиться строить чертежи к задачам;
- научиться применять знания по данной теме при решении и доказательстве задач.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, схема, модели, карточки.

Теоретические сведения к практической работе

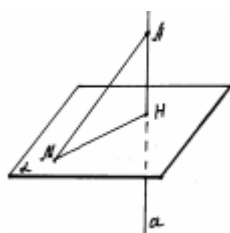


рис. 1

Точка a не лежит в плоскости α , проведём через неё прямую a , перпендикулярную к α (AH).

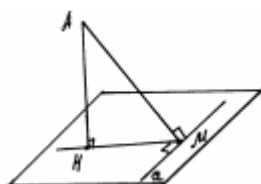
Отрезок AH называется перпендикуляром, проведённым из A к α , точка H - основание перпендикуляра. M - точка плоскости α , отличная от H . Отрезок AM - наклонная к плоскости α , M - её основание, отрезок HM - проекция наклонной на плоскость α .

Перпендикуляр AH меньше наклонной AM .

Длина AH называется расстоянием от точки A до плоскости α .

Замечания.

1. Если прямая параллельна плоскости, то расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью.
2. Если две плоскости параллельны, то расстояние от произвольной точки одной из плоскостей до другой называется расстоянием между данными плоскостями.
3. Если две прямые скрещиваются, то расстояние между одной из этих прямых и плоскостью, проведённой через другую прямую параллельно первой, называется расстоянием между скрещивающимися прямыми.



Теорема о трёх перпендикулярах. Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции, перпендикулярна и к самой наклонной.

рис. 2

Обратная теорема. Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции.

Проекцией точки на плоскость называется основание перпендикуляра, проведенного из этой точки к плоскости, если точка не лежит в плоскости, и сама точка, если точка лежит в плоскости.

Проекцией прямой на плоскость, не перпендикулярную к этой прямой, является прямая.

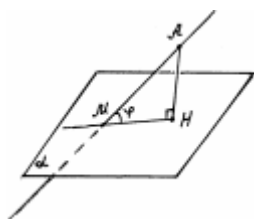


рис. 3

Определение. Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и её проекцией на плоскость.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторите вопросы:

1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
2. Сформулируйте определение и признак перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.
3. Что называется расстоянием от точки до плоскости?
4. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах (прямую и обратную).
5. Что называется углом между прямой и плоскостью?
6. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах.

Задание 2. Выполните № 116(а), № 117, № 149, № 155, № 151.

Контроль знаний студентов:

– самостоятельная работа

1 вариант. 1. Отрезок MH пересекает некоторую плоскость в точке K . Через концы отрезка проведены прямые HP и ME , перпендикулярные плоскости и пересекающие её в точках P и E . Найдите PE , если $HP=4\text{ см}$, $HK=5\text{ см}$, $ME=12\text{ см}$.

2 вариант. $ABCD$ - прямоугольник. Отрезок AE перпендикулярен к плоскости ABC . $BE=15$, $EC=24$, $ED=20$. Докажите, что треугольник EDC прямоугольный, и найдите AE .

– проверить правильность выполнения задания 2.

Ответить на вопросы:

1) Верно ли утверждение: "Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости"?

2. Верно ли утверждение: "Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости"?
3. Как расположены по отношению друг к другу рёбра, выходящие из одной вершины куба?
4. Что можно сказать о двух (трёх, четырёх) прямых, перпендикулярных к одной плоскости?
5. Верно ли утверждение: "Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны"?
6. Верно ли утверждение: "Если прямая, принадлежащая плоскости, перпендикулярна проекции наклонной на эту плоскость, то она перпендикулярна и самой наклонной"?

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр.36, стр.40.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №29

Тема: ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ. УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ. ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ.

Цели: -научиться решать задачи на применение ТТП; признака перпендикулярности прямой и плоскости;
- уметь находить угол между прямой и плоскостью и расстояние между прямой и плоскостью;

Оснащение занятия: учебник, конспекты, карточки

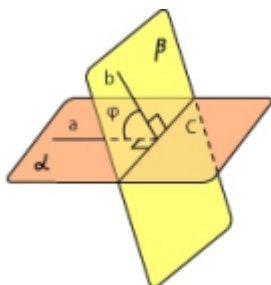
Теоретические сведения к практической работе

Угол между плоскостями. Двугранный угол.

Пусть плоскости α и β пересекаются по прямой c .

Угол между плоскостями — это угол между перпендикулярами к линии их пересечения, проведенными в этих плоскостях.

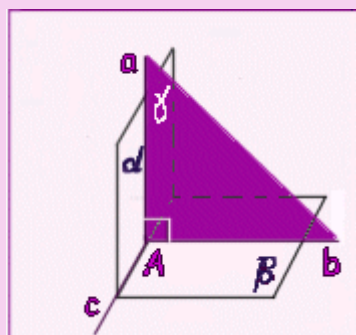
Другими словами, в плоскости α мы провели прямую a , перпендикулярную c . В плоскости β — прямую b , также перпендикулярную c . Угол между плоскостями α и β равен углу между прямыми a и b .



Двугранный угол – это угол образованный двумя полуплоскостями с общей ограничивающей их прямой. Угол между прямыми α и β называют линейным углом двугранного угла.

Определение

Две пересекающиеся плоскости, называются перпендикулярными, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым.



Теорема

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ.

Если плоскость проходит через прямую перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.

Теорема 1. Если из точки, принадлежащей одной из двух перпендикулярных плоскостей, провести перпендикуляр к другой плоскости, то этот перпендикуляр полностью лежит в первой плоскости.

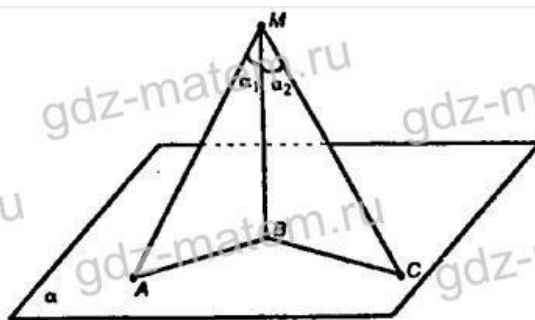
Теорема 2. Если в одной из двух перпендикулярных плоскостей провести перпендикуляр к их линии пересечения, то этот перпендикуляр будет перпендикулярен второй плоскости.

Определение. Прямая пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения.

Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости, то она перпендикулярна данной плоскости.

Задача.

Из некоторой точки проведены к плоскости две наклонные. Докажите, что: а) если наклонные равны, то равны и их проекции; б) если проекции наклонных равны, то равны и наклонные; в) если наклонные не равны, то большая наклонная имеет большую проекцию.



Решение:

а) $MA = MC$ (по условию);

$\triangle MBA$ и $\triangle MBC$ – прямоугольные, MB – общий катет, $MA = MC$, следовательно, $\triangle MBA = \triangle MBC$, значит, $AB = BC$.

б) $BA = BC$ (по условию)

Из равенства прямоугольных треугольников MBA и MBC следует, что $MA = MC$.

в) $MA > MC$ (по условию).

По теореме Пифагора

$$AB = \sqrt{MA^2 - MB^2}; BC = \sqrt{MC^2 - MB^2}.$$

$MA^2 > MC^2$, поэтому $MA^2 - MB^2 > MC^2 - MB^2$, это означает, что $AB^2 > BC^2 \Rightarrow AB > BC$.

Что и требовалось доказать.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Ответьте на вопросы:

1. Что называется расстоянием от точки до плоскости?
2. Что называется перпендикуляром к плоскости?
3. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах?
4. Что мы называем углом между прямой и плоскостью?
5. Что называется двугранным углом?
6. Какие две плоскости называются перпендикулярными?
7. Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей.
8. Верно ли утверждение: если две прямые в пространстве перпендикулярны к третьей прямой, то эти прямые параллельны?
9. Прямая a параллельна плоскости α , а прямая b не перпендикулярна к этой плоскости. Верно ли утверждение, что прямые a и b взаимно перпендикулярны?

Задание 2. Решить на доске задачи №154, 156., 150 стр. 45, №172 стр. 54.

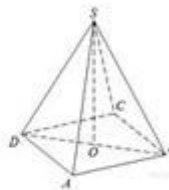
Задание 3. Решить самостоятельную работу.

ВАРИАНТ 1

1. В треугольнике ABC $AC = CB = 10$ см, $\angle A = 30^\circ$, BK – перпендикуляр к плоскости треугольника и равен $5\sqrt{6}$ см. Найдите расстояние от точки K до AC .

2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO=15$, $BD=16$. Найдите боковое ребро SA .

3. В тетраэдре $DABC$ ребро AD перпендикулярно к плоскости ABC , $AC=AB=10$ см, $BC=12$ см, $AD=8$ см. Найдите линейный угол двугранного угла $ABCD$.

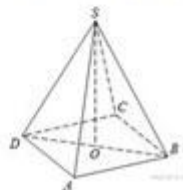


ВАРИАНТ 2

1. Из данной точки к плоскости проведены перпендикуляр и две наклонные, проекции которых равны 4 см и 11 см. Найдите длину перпендикуляра, если наклонные относятся как 2, 5.

2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABC$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB=13$, $AC=24$. Найдите высоту SO .

3. В тетраэдре $DABC$ ребро AD перпендикулярно к плоскости ABC , $AC=AB=10$ см, $BC=18$ см, $AD=12$ см. Найдите линейный угол двугранного угла $ABCD$.



Литература: Атанасян Л. С. Геометрия. стр.45, стр.54.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 30

Тема: Прямые и плоскости в пространстве.

Цели: - уметь решать задачи на применение ТТП;

- уметь решать задачи на применение признака перпендикулярности прямой и плоскости;

- уметь решать задачи на нахождение угла между прямой и плоскостью, расстояния между прямой и плоскостью.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, карточки.

Порядок выполнения работы.

Задание 1. Теоретический зачет по теме: Продолжить предложение:

1. Прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной перпендикулярно её проекции.....

2. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она...

3. Две плоскости называются перпендикулярными, если..

4. Две плоскости называются параллельными, если..

5. Если прямая, не лежащая в плоскости, параллельна какой-либо прямой, лежащей в плоскости, то...

6. Если две прямые перпендикулярны к одной и той же плоскости, то они...

7. Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если...

8. Если две параллельные плоскости пересечь третьей плоскостью, то линии пересечения плоскостей ...

9. Две прямые называются параллельными, если..

10. Сформулировать теорему Пифагора.

Задание 2. Решить на доске задачи.

Задача 1. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 26 см длиннее другой. Найти эти наклонные, если их проекции равны 40 см и 12 см.

Задача 2. Треугольник ABC прямоугольный (угол C = 90°) , угол A=30°, AC = a, DC ⊥ (ABC), DC = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. Чему равен угол между плоскостями (ADC) и (ACB) ?

Задача 3. Из вершины B квадрата ABCD со стороной 8 см проведен перпендикуляр BE к его плоскости длиной 4 см. Вычислить расстояние от точки E до диагонали AC.

Задание 3. Самостоятельная работа.

1 вариант.

1. Через точки A, B и середину отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A₁, B₁, C₁ соответственно. Найти длину отрезка CC₁, если AA₁=13 см, BB₁=7 см, причём отрезок AB не пересекает плоскость α .

2. Из вершины C правильного треугольника ABC со стороной 10 см проведён к его плоскости перпендикуляр CM длиной 5 см. Вычислить расстояние от точки M до стороны AB. Найти расстояние от точки M до стороны AB.

2 вариант.

1. Через точки A, B и середину отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость α в точках A₁, B₁, M₁ соответственно. Найти длину отрезка MM₁, если AA₁=3 см, BB₁=17 см, причём отрезок AB не пересекает плоскость α .

2. Из центра O квадрата со стороной 6 см проведён к его плоскости перпендикуляр OE длиной 8 см. Вычислить расстояние от точки E до стороны квадрата.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия. стр.57.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 31

Тема: Прямые и плоскости в пространстве.

Цели: - уметь решать задачи на применение ТТП;

- уметь решать задачи на применение признака перпендикулярности прямой и плоскости;

- уметь решать задачи на нахождение угла между прямой и плоскостью, расстояния между прямой и плоскостью.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, модели

Порядок выполнения работы.

Задание 1. Вопросы для повторения.

1. Какая фигура называется двугранным углом? Приведите примеры.
2. Как измеряется двугранный угол?
3. Назвать виды двугранных углов.
4. Выполните № 167.

5. Решить задачу. В тетраэдре **РABC** угол **ABC** равен 90° , прямая **РВ** перпендикулярна плоскости **ABC**. Докажите, что угол **PCB** – линейный угол двугранного угла с ребром AC.

Задание 2. Вопросы для повторения.

1. Какие две плоскости называются перпендикулярными? Приведите пример.
2. Сформулируйте признак перпендикулярности двух плоскостей.
3. Выполните № 178.
4. Решите задачу. Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB, если $CD=AC=6\text{ см}$, $BD=7\text{ см}$.

Задание 3. Вопросы для повторения.

1. Какой параллелепипед называется прямоугольным?
2. Сформулируйте свойства прямоугольного параллелепипеда.
3. Что называют измерениями прямоугольного параллелепипеда?
4. Сформулируйте свойство параллелепипеда, связанное с его измерениями.
5. Выполните № 187(в), № 188, № 189.

Контроль знаний студентов:

проверка практической работы студентов.

вопросы студентам: стр.57, вопрос 7, 8, 9, 10.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр.49-53.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 32

ПО ТЕМЕ: ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ. ФОРМУЛА РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОЧКАМИ, УРАВНЕНИЕ СФЕРЫ. ПОНЯТИЕ ВЕКТОРОВ, СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ.

Цели: - уметь строить точки в прямоугольной системе координат;

- знать формулу расстояния между двумя точками;

- уметь находить координаты середины отрезка,

- уметь составлять уравнение сферы

- знать определение вектора; компланарные векторы;

- уметь складывать и вычитать векторы;

Прямоугольная система координат в пространстве.

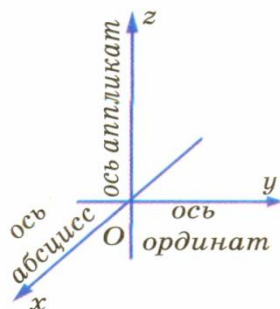


Рис. 121

Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление (оно обозначается стрелкой) и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана прямоугольная система координат в пространстве (см. рис.). Прямые с выбранными на них направлениями называются осями координат, а их общая точка — началом координат. Она обозначается обычно буквой O. Оси координат

обозначаются так: Ox , Oy , Oz – и имеют названия: ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат. Вся система координат обозначается $Oxyz$. Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy , Oy и Oz , Oz и Ox , называются координатными плоскостями и обозначаются Oxy , Oyz , Ozx .

Точка O разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется положительной полуосью, а другой луч отрицательной полуосью.

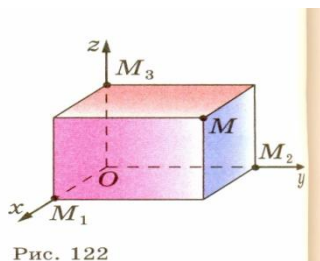
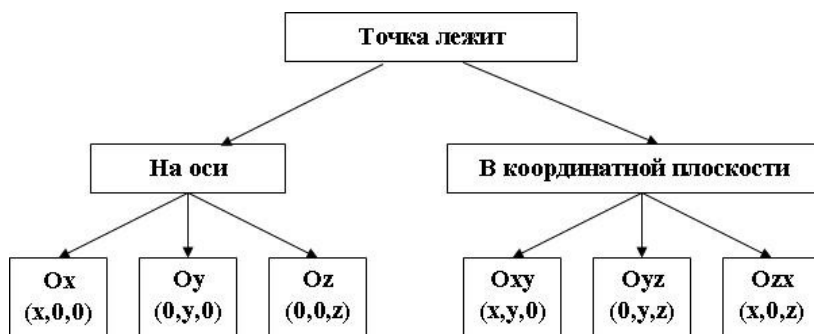
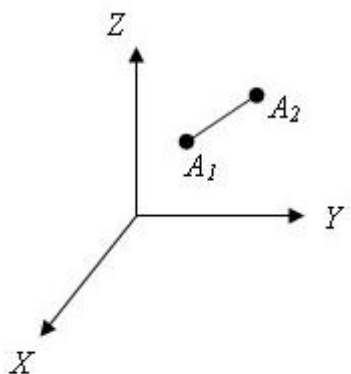


Рис. 122

В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее координатами. Они определяются аналогично координатам точек на плоскости. Проведем через точку M три плоскости, перпендикулярные к осям координат, и обозначим через M_1 , M_2 и M_3 точки пересечения этих плоскостей соответственно с осями абсцисс, ординат и аппликат (см. рис.). Первая координата точки M (она называется абсциссой и обозначается обычно буквой x) определяется так: $x = OM_1$, если M_1 точка положительной полуоси; $x = -OM_1$, если M_1 точка отрицательной полуоси; $x = 0$, если M_1 совпадает с точкой O . Аналогично с помощью точки M_2 определяется вторая координата (ордината) y точки M , а с помощью точки M_3 третья координата (аппликата) z точки M . Координаты точки M записываются в скобках после обозначения точки: $M(x; y; z)$, причем первой указывают абсциссу, второй ординату, третьей – аппликату.



Расстояние между точками



Есть две произвольные точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и $A_2(x_2; y_2; z_2)$

Тогда расстояние между точками A_1 и A_2 вычисляется так:

$$A_1A_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Пример 1:

На оси OX найти точку, равноудалённую от точек $A(2; -4; 5)$ и $B(-3; 2; 7)$.

Решение:

Пусть m . M – искомая точка. Так как m . M лежит на оси Ox , то она имеет координаты $(x, 0, 0)$. По условию задачи .

∴

Приравняем эти равенства и возведём в квадрат:

$(x-2)^2 + 41 = (x+3)^2 + 53$. Решая это уравнение, получим:

$10x = -17$, $x = -1,7$. Значит координаты m . M будут $(-1,7; 0; 0)$

Ответ: $M(-1,7; 0; 0)$

Координаты середины отрезка в пространстве

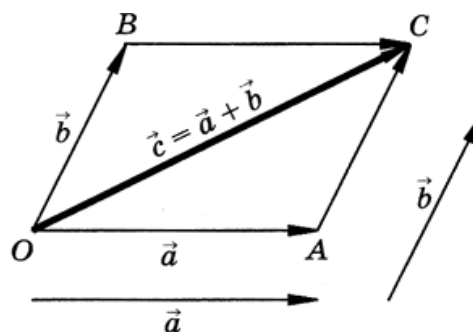
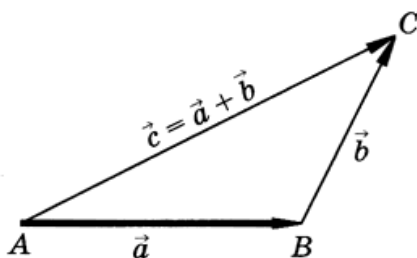
Есть две произвольные точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и $A_2(x_2; y_2; z_2)$. Тогда серединой отрезка A_1A_2 будет точка C с координатами x, y, z , где

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ



Оснащение занятия: учебник, конспекты.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Вопросы для повторения:

1. Как называются оси координат в пространстве?
2. Сколькими координатами может быть задана точка на прямой? в координатной плоскости? в координатном пространстве?
3. Что называется сферой?
4. Что такое вектор?
5. Что называется длиной ненулевого вектора?
6. Какие векторы называются коллинеарными?
7. Какие два вектора называются сонаправленными? противоположно направленными?
8. Какие векторы называются равными?
9. Что называется суммой векторов, конец одного из которых является началом другого?
10. Что называется суммой векторов, начала которых совпадают?

Задание 2.1) №400 стр. 107

- 2) Точка М- середина отрезка АВ, А(2; 3;-4) В(-1; 2; -6). Найти координаты точки М.
- 3) , А(2; 3;-4) В(-1; 2; -6). Найти расстояние между точками А и В.
- 4) Даны один конец отрезка А(5;8;- 2) и координаты его середины С(2;- 3;1). Найти второй конец отрезка.
- 4) В плоскости ОХYZ построить точки А(-1;2;3) и В(2;0;1) С(0;-3;4)
- 5) Найти длину отрезка АВ, если
 - а) А(1;2;3) В(-1;0;5)
 - б) А (1;2;3) В(7;2;-3)

Задание 3. Самостоятельная работа.

Вариант 1.

Часть 1

К каждому из заданий 1-4 даны 4 варианта ответа, из которых только один правильный. Номер этого ответа обведите кружком

1. Найдите координаты середины отрезка АВ, если А (2; -1), В (4; 5).
- А) (6; 4). Б) (1; 8). В) (3; 2).
 Г) (0; 2).
2. Точка С – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки В, если А (-1; 4) и С (1; 2).
- А) (3; 0). Б) (0; 6). В) (2; 2).
 Г) (3; 2).
3. Найдите расстояние между точками М (3; 4) и С (1; 2).
- А) 2. Б) $2\sqrt{2}$. В) 3
 Г) 3.
4. Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$.
- А) (-2; 3); 4. Б) (2; -3); 16. В) (-2; -3); 4
 Г) (2; -3); 4.

При выполнении заданий 5 и 6 запишите ответ в отведенном для него месте

5. Выясните, как расположена точка, имеющая координаты (2; 1), относительно окружности, заданной уравнением $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Ответ: _____

6. Напишите уравнение окружности с центром в точке С (-2; 1), проходящей через точку А (1; 3).

Ответ: _____

Вариант 2.

Часть 1

В заданиях 1-4 даны 4 варианта ответов, из которых только один верный. Номер этого ответа обведите кружком

1. Найдите координаты середины отрезка АВ, если А (3; -7), В (-1; -3).

- А) (1; -5). Б) (2; -10). В) (-3; -4).
Г) (0; -4).

2. Точка С – середина отрезка АВ. Найдите координаты точки А, если С (-1; 3) и В (3; -1).

- А) (2; 2). Б) (1; 1). В) (-5; 7).
Г) (3; 4).

3. Найдите расстояние между точками М (0; -2) и С (3; 1).

- А) $2\sqrt{3}$. Б) 3
 $\sqrt{2}$. В) 9. Г) 8.

4. Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$.

- А) (-3; 4); 3. Б) (3; -4); 3. В) (3; -4); 9.
Г) (-3; 4); 9.

При выполнении заданий 5 и 6 запишите ответ в отведенном для него месте

5. Выясните, как расположена точка, имеющая координаты (-1; 3), относительно окружности, заданной уравнением $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Ответ: _____

6. Напишите уравнение окружности с центром в точке С (2; -1), проходящей через точку А (3; 1).

Ответ: _____

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №33.

ПО ТЕМЕ: УГОЛ МЕЖДУ ДВУМЯ ВЕКТОРАМИ.ПРОЕКЦИЯ ВЕКТОРА НА ОСЬ. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ.

ЦЕЛИ: - знать, что такое угол между векторами;

-знать, что называется скалярным произведением двух векторов, скалярный квадрат вектора ; уметь находить скалярное произведение векторов;

-уметь находить проекцию вектора на ось;

-уметь находить длину вектора и угол между двумя векторами;

Теоретические сведения к практической работе

Скалярным произведением двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними:

$$\vec{a}\vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}||\vec{b}| \cos (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$$

Пример

Задание. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если их длины соответственно равны 2 и 3, а угол между ними 60° .

Решение. Так как из условия $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, а $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 60^\circ$, то

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими координатами: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, то их скалярное произведение вычисляется по формуле:

1

$$(\vec{a}, \vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Определение

Скалярное произведение векторов, заданных своими координатами, равно сумме произведений соответствующих координат.

Пример

Задание. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (3; -1)$ и $\vec{b} = (-2; 7)$

Решение. Скалярное произведение

$$\vec{a}\vec{b} = 3 \cdot (-2) + (-1) \cdot 7 = -6 - 7 = -13$$

Длина вектора

Длина вектора $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, заданного своими координатами, находится по формуле:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Определение

Длина (модуль) вектора, координаты которого известны, равен корню квадратному из суммы квадратов координат.

Пример

Задание. Найти длину вектора $\vec{a} = (-4; 3)$

Решение. Используя формулу, получаем:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Угол между векторами

Угол между двумя векторами $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

Если угол между двумя векторами острый, то их скалярное произведение положительно; если угол между векторами тупой, то скалярное произведение этих векторов отрицательно. Скалярное произведение двух ненулевых векторов равно нулю, тогда и только тогда, когда эти векторы ортогональны.

Пример

Задание. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1; \sqrt{3})$ и $\vec{b} = (1; 0)$

Решение. Косинус искомого угла

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1 \cdot 1 + \sqrt{3} \cdot 0}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{1}{2}$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ$$

- Проекция вектора на ось.

Проекцией вектора $\vec{a}$ на ось l называется число

$$np_l \vec{a} = |\vec{a}| \times \cos \alpha,$$

где α - угол между направлениями оси l и вектора $\vec{a}$.

Свойства проекций:

$$1) np_l (\vec{a} + \vec{b}) = np_l \vec{a} + np_l \vec{b}$$

$$2) \lambda \times np_l (\lambda \times \vec{a}) = \lambda \times np_l \vec{a}, \text{ где } \lambda\text{-произвольное число.}$$

Задание 1. Ответьте на вопросы :

1. Дайте определение угла между векторами.
2. Дайте определение угла между вектором и осью.
3. Какой вектор называется единичным?
4. Что называется скалярным произведением векторов?
5. При каком условии скалярное произведение равно 0?
6. Чему равен скалярный квадрат вектора?
7. Запишите формулу скалярного произведения двух векторов, если векторы заданы их координатами?
8. Какой вектор называется направляющим вектором прямой?

Задание 2. Решить задачи: №444. №446. №448 3451 (д) (на доске)

Задание 3. Самостоятельная работа.

1 вариант. 1. №451 (а). 2. Даны один конец отрезка $A(2;5;-4)$ и его середина $M(5;3;-1)$. Найти координаты второго конца отрезка.

3. Построить точку $A(-5;2;4)$

2 вариант. 1. №451 (б)

2. Даны один конец отрезка $A(-2;3;-6)$ и его середина $M(2;3;-1)$. Найти координаты второго конца отрезка.

3. Построить точку A(-3;1;-2)

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр.117

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 34

Тема: Координаты вектора. Разложение вектора по направлениям.

Цели :- уметь раскладывать любой вектор по координатным векторам;

- знать свойства координат суммы, разности двух векторов;

произведения вектора на число;

-знать связь между координатами векторов и координатами точек;

- уметь решать простейшие задачи в координатах;

Оснащение занятия: учебник, конспекты.

Пример1. Найти координаты вектора $\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$, если $\vec{a} = (0; 2; -3)$,

$$\vec{b} = (-4; 1; 3); \vec{c} = (-2; 4; 0)$$

Решение:

$$\vec{a} = (0; 2; -3); -\vec{b} = (4; -1; -3); \frac{1}{2}\vec{c} = (-1; 2; 0)$$

$$\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} = (0+4-1; 2-1+2; -3-3+0) = (3; 3; -6)$$

$$\text{Ответ: } \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} = (3; 3; -6)$$

Порядок выполнения работы.

Задание1. Ответьте на вопросы:

1.Какой вектор называется единичным?

2. Какие три вектора называются координатными векторами?

3.Запишите формулу разложения любого вектора по координатным векторам.

4. Запишите координаты координатных векторов.

5.Чему равна каждая координата суммы или разности двух векторов?

6.Чему равна каждая координата произведения вектора на число?

Задание 2.

1.Записать координаты векторов: $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{b} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$,

$$\vec{c} = x''\vec{i} + y''\vec{j} + z''\vec{k}, \vec{d} = x'''\vec{i} + y'''\vec{j} + z'''\vec{k}$$

2. Выполнить самостоятельно с последующей проверкой №403, №404; № 405; №407, № 409

3. Самостоятельная работа.

1 вариант. №411(а, в)

2 вариант №411(б, г)

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр.108,109.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 35

Тема: ОБОБЩЕНИЕ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ПО ТЕМЕ : КООРДИНАТЫ И ВЕКТОРЫ

Цели:

- уметь изображать точки в прямоугольной системе координат;
- уметь складывать и вычитать векторы, умножать вектор на число;
- уметь находить скалярное произведение векторов;
- уметь находить угол между векторами;

Оснащение занятия: учебник, конспекты

Порядок выполнения работы.

Задание 1. Алгебраический диктант.

- 1 Что называется вектором?
2. Имеет ли направление нулевой вектор?
3. Два вектора называются коллинеарными, если...
4. Векторы называются равными, если...
5. Радиус-вектором данной точки называется...
6. Запишите формулу скалярного произведения двух векторов, если векторы заданы их координатами?
7. При каком условии скалярное произведение равно 0?

Задание 2. Решить задачи на доске:

1) Даны точки $A(1;0;3)$ $B(4;1;1)$; $C(-1;-2;2)$ $D(1;3;2)$.

Для векторов $\vec{BC}$; $\vec{CA}$; $\vec{DA}$ найти:

а) их координаты;

б) косинус угла между векторами $\vec{BC}$ и $\vec{CA}$;

2) Дан треугольник ABC с вершинами в точках $A(3; 2; -1)$; $B(-3; 4; 3)$; $C(1; 2; 1)$. Найти: 1) длины сторон AB и AC; 2) длину средней линии MN, если MN параллельна AB; 3) косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$

3) Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{4; -3; 1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; -3\}$

4) Найти угол между векторами $\vec{a} = \{4; -3; 1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; -3\}$

5) №418 (а)

Задание 3. Самостоятельная работа.

1 вариант. №418 (б), №426(б)

2 вариант. №418 (в), №426(а)

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр.110,111.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 36

Тема: Корень n-ой степени и его свойства.

Цели: - знать определение корня n - ой степени;

- уметь решать уравнения вида $x^n = a$ при четном и нечетном n ;
 - знать свойства корней n - ой степени и уметь их применять;
- Оснащение занятия: учебник, конспекты, таблица "Степени натуральных чисел"

Теоретические сведения к практической работе

Определение 1. Корнем n - ой степени из неотрицательного числа a ($n=2,3,4,5,\dots$) называют такое неотрицательное число, при возведении которого в степень n получается a .

Если $a \geq 0$ $n=2,3,4,5,\dots$, то 1) $\sqrt[n]{a} \geq 0$, 2) $(\sqrt[n]{a^n}) = a$

Определение 2. Корнем нечётной степени n из отрицательного числа a ($n=3,5,7,\dots$) называют такое отрицательное число, при возведении которого в степень n получается a .

Если $a < 0$ $n=3,5,7,\dots$, то 1) $\sqrt[n]{a} < 0$, 2) $(\sqrt[n]{a^n}) = a$

при возведении которого в степень n получается a .

Для любого натурального n , целого k и $a \geq 0, b > 0$ выполняются свойства:

1) Корень n - ой степени из произведения двух чисел равен произведению корней из этих чисел:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

2) Корень n - ой степени из дроби, знаменатель которой не равен 0, равен корню из числителя, делённому на корень из знаменателя, причём $b \neq 0$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

3) Чтобы извлечь корень из корня, нужно перемножить показатели корней, а подкоренное выражение оставить без изменения:

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad k > 0$$

4) Если показатель корня и показатель степени подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же число, то значение корня не изменится.

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}, k > 0$$

5) Чтобы возвести корень n - ой степени в натуральную степень k , достаточно возвести в эту степень подкоренное выражение и из полученного результата извлечь корень n - ой:

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Порядок выполнения работы :

Задание 1. Ответьте на вопросы:

1. Что называется квадратным корнем из числа a ?
2. Что называется корнем n - ой степени из числа a ?
3. Верно ли, что $\sqrt[5]{243} = 3$?

4. Положителен или отрицателен корень нечётной степени из: а) положительного числа; б) отрицательного числа?
5. Каким числом является корень чётной степени из отрицательного числа?
6. Что называется арифметическим корнем?
7. Какие из следующих корней можно назвать арифметическими:
 $\sqrt[3]{125}=5$; $\sqrt[3]{-8}=-2$; $\sqrt[4]{625}=5$; $\sqrt{49}=7$;
- 8, как извлечь корень из произведения? из дроби?
9. Сколько корней имеет каждое из уравнений: а) $x^3=1$; б) $x^5=-3$; в) $x^4=-5$; г) $x^{10}=0$?

Задание 2. Выполнить на доске: №387, №389, 3391 №394, №410(а, б)

Задание 3. Самостоятельная работа.

1 вариант. №383(а, б); №384(в, г); №385(а, б); №386(в, г); №393(а, б);

2 вариант. . №383(в, г); №384(а, б); №385(в, г); №386(а, б); №393(в, г);

Литература. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала математического анализа 10-11, стр. 211, 212, 213.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 37

Тема: Степень с рациональным показателем, её свойства.

Цели: - знать определение степени с рациональным показателем;

- знать свойства степени с рациональным показателем и уметь их применять;

- знать определение и свойства степени с целым показателем;

- знать определение степени с отрицательным показателем, уметь его применять;

- уметь записывать корни в виде степени с дробным показателем и наоборот;

Оснащение занятия: учебник, конспекты.

Теоретические сведения к практической работе

Определение. Степенью положительного числа a ($a>0$) с рациональным показателем $\frac{p}{g}$, где p - целое, g -натуральное называются числа вида:

$$\sqrt[g]{a^p}$$

Свойства степеней с рациональными показателями

Для степеней с рациональными показателями выполняются следующие **свойства**:

- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m, \quad a > 0,$

- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, \quad a > 0,$

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \quad a > 0, \quad b > 0,$

- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad a > 0, \quad b > 0,$

Кроме того, если p и q – произвольные рациональные числа, то

- $a^p a^q = a^{p+q}, \quad a > 0,$

- $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}, \quad a > 0,$

- $(a^p)^q = a^{pq}, \quad a > 0,$

- $(ab)^p = a^p b^p, \quad a > 0, \quad b > 0,$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}, \quad a > 0, \quad b > 0.$

Определение. Степенью с отрицательным показателем называется величина, обратная степени того же основания с противоположным положительным показателем: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$;

Пример 1 – имеет ли смысл выражение:

$$a) (-5)^{\frac{1}{7}}$$

Ответ: нет.

$$б) 5^{\frac{1}{7}}$$

Ответ: да ($5^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{5}$).

$$в) (-2)^{-4}$$

Ответ: да, т. к. -4 – целое число ($(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$).

$$г) 0^{-\frac{1}{2}}$$

Ответ: нет.

Пример 2 – вычислить:

$$(6\bar{3})^{\frac{4}{2}} + (0,25)^{-1}(-0,5)^3$$

Рассмотрим слагаемые отдельно:

$$(6\bar{3})^{\frac{4}{2}} = 6^{\frac{4}{2} \cdot \frac{3}{2}} = 6^2 = 36$$

$$(0,25)^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$$

$$(-0,5)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8}.$$

Получаем:

$$36 - 4 * \frac{1}{8} = 35,5.$$

Пример 3 – упростить выражение:

$$\frac{a^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{5}{3}} a^{-\frac{2}{3}}}$$

Упростим знаменатель:

$$a^{\frac{s}{s}} a^{-\frac{2}{s}} = a^{\frac{s-2}{s}} = a^{\frac{s}{s}} = a$$

Получаем:

$$\frac{a^{\frac{s}{s}}}{a} = a^{\frac{s}{s}-1} = a^{-\frac{2}{s}} = \frac{1}{a^{\frac{2}{s}}} = \frac{1}{\sqrt[s]{a^2}}$$

Отметим, что обязательно в данном случае $a > 0$.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Ответьте на вопросы:

1. Что называется степенью с натуральным показателем?
2. Какое число получится при возведении отрицательного числа в чётную степень? Привести примеры.
3. Какое число получится при возведении отрицательного числа в нечётную степень? Привести примеры.
4. Чему равно число в нулевой степени? Привести примеры.
5. имеет ли смысл выражение 0^0 ?
6. Дать определение степени с рациональным показателем.
7. Может ли быть отрицательным числом степень с рациональным показателем?

Задание 2. Выполнить задания индивидуально: №57, №58, №59, №60 (Алимов, стр. 31) с последующей проверкой.

Задание 3. №64, №65, №66, №76 (Алимов, стр. 32, 33) выполнить на доске

Задание 4. Самостоятельная работа. (Колмогоров, стр. 221, 222)

1 вариант. №430(а, б); №431(в, г), №434(а), №437(а, в)

2 вариант. №430(в, г); №431(а, б); №434(в); №437(б, г)

Литература. 1. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала математического анализа 10-11, стр. 221, 222.

2. Алимов Ш.А. Алгебра и начала анализа. 10-11., стр. 32, 33.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 38

Тема: Иррациональные уравнения и системы.

Цели:

– научиться решать иррациональные уравнения и системы, применяя разные способы их решения ;

Оснащение занятия: учебник, конспекты

Теоретические сведения к практической работе

Уравнения, в которых неизвестная величина находится под знаком радикала, называются иррациональными.

К простейшим иррациональным уравнениям относятся уравнения вида:

$$\sqrt{A(x)} = B(x), \quad \sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)}$$

Основная идея решения иррационального уравнения состоит в сведении его к рациональному алгебраическому уравнению, которое либо равносильно исходному иррациональному уравнению, либо является его следствием. При решении иррациональных уравнений речь всегда идет об отыскании действительных корней.

Рассмотрим некоторые способы решения иррациональных уравнений.

1. Решение иррациональных уравнений с учетом области допустимых значений (ОДЗ).

Область допустимых значений иррационального уравнения состоит из тех значений неизвестных, при которых неотрицательными являются все выражения, стоящие под знаком радикала четной степени.

Иногда знание ОДЗ позволяет доказать, что уравнение не имеет решений, а иногда позволяет найти решения уравнения непосредственной подстановкой чисел из ОДЗ.

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{11x+3} - \sqrt{2-x} = \sqrt{9x+7} - \sqrt{x-2}$.

Решение. Найдя ОДЗ этого уравнения, приходим к выводу, что ОДЗ исходного уравнения – одноэлементное множество $\{2\}$. Подставив $x=2$ в данное уравнение, приходим к выводу, что $x=2$ – корень исходного уравнения.

Ответ: 2.

Пример 2. $\sqrt{x+2} + \sqrt{2x-1} = -3$

Уравнение не имеет решений, т.к. при каждом допустимом значении переменной сумма двух неотрицательных чисел не может быть отрицательна.

Пример 3. $\sqrt{x-8} + 3 = \sqrt{7-x}$.

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-8 \geq 0, & x \geq 8; \\ 7-x \geq 0; & x \leq 7. \end{cases}$$

ОДЗ уравнения пустое множество.

Ответ: уравнение корней не имеет.

Пример 3. Решить уравнение

$$\sqrt{3x^2 - x - 2} = x - 1.$$

Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 3x^2 - x - 2 = (x-1)^2 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x - 3 = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

откуда следует, что $x=1$, а корень $x = -\frac{3}{2}$ не удовлетворяет второму неравенству. При этом грамотное решение не требует проверки.

Ответ: $x=1$.

Пример 4. Решить уравнение $\sqrt{-9x^2 + 3x - 6} = \sqrt{-6x - 24}$.

Это уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} -9x^2 + 3x - 6 = -6x - 24, \\ -6x - 24 \geq 0. \end{cases}$$

Решая первое уравнение этой системы, равносильное уравнению $-x^2 + x + 2 = 0$, получим корни $x_1 = -1$ и $x_2 = 2$. Однако при этих значениях x не выполняется неравенство $-6x - 24 \geq 0$, и потому данное уравнение не имеет корней.

Ответ: корней нет.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Запишите в конспект ответы на следующие вопросы:

1. Какие уравнения и неравенства называются иррациональными? Приведите пример.
2. Какими должны быть подкоренное выражение и значения корня, если показатель корня четное (нечетное) число?
3. На чем основаны методы решения иррациональных уравнений?
4. Какие методы решения иррациональных уравнений существуют и в чем они заключаются?
5. Рассмотрите решения уравнений на применение этих методов.

Задание 2. Используя, изученные методы решения иррациональных уравнений

выполните № 152(1), № 153(3), № 154(1), № 156(3), № 158(1), № 160(3) – с.60, Алимов Ш. А.; с.88, Дадаян А. А.

Задание 3. Запишите в конспект.

Для иррациональных неравенств, так же как и для иррациональных уравнений, рассматриваются лишь арифметические значения корня, т. е. если показатель корня – четное число, то подкоренное выражение должно быть неотрицательным, равно как и значение корня.

Решение иррационального неравенства с одной переменной сводится к решению равносильной ему системы рациональных неравенств или совокупности систем рациональных неравенств.

Эти системы решаются при наложении ограничений на переменную и возведении обеих частей неравенства в одну и ту же степень.

Задание 4. Рассмотрите решение задачи 2 и 3 стр.62 (Ш. А. Алимов) и выполните

№ 167(1;3;5;7), № 168(1;3) стр.66 (Ш. А. Алимов).

- Литература: 1. Дадаян А. А. Математика стр.88.
2. Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.60, стр.62.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 39

Тема: Обобщающе- повторительный урок по теме: Корни и степени

Цели:- уметь выполнять преобразования выражений, используя свойства степени;

- уметь сравнивать выражения, содержащие степени с рациональным показателем;

- уметь преобразовывать иррациональные выражения;

- уметь решать иррациональные уравнения и системы;

- подготовиться к контрольной работе;

Оснащение занятия: учебник, конспект.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. (Фронтальный опрос) Выполнить задания:

1. Представить в виде степени: $\sqrt{15}$; $\sqrt[4]{17^3}$; $\sqrt[5]{6}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\sqrt[7]{7^4}$;

2. Представить в виде корня: $6^{\frac{3}{7}}$; $8^{\frac{2}{5}}$; $3^{-\frac{1}{4}}$;

3. Вычислить: $16^{\frac{1}{2}}$; $8^{\frac{2}{3}}$; $125^{\frac{1}{3}}$; 4^{-2} ; 3^{-4} ;

4. Упростить: а) $a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{2}{3}}$; б) $a \div a^{\frac{1}{2}}$; в) $a^{\frac{1}{4}} \div a^{\frac{1}{2}}$;

5. Вычислить: $625^{-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[7]{(-5)^7}$;

Задание 2. Выполнить на доске. Решить уравнения: №419(а, в) №420(а, в) №410(а, б). №415 (а.б)

Решить систему уравнений : №421 (а,б) (Колмогоров, стр. 216,217)

Задание 3. Самостоятельная работа. Решить уравнения :

1 вариант. а) $\sqrt{2x-1}=3$; б) $\sqrt{x+1}=0$; в) $\sqrt{3+x}=3-x$

2 вариант. а) $\sqrt{x-1}=2$; б) $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{3}$; в) $\sqrt{2x-1}=x-2$

3 вариант. а) $\sqrt{x-2}=3$; б) $\sqrt{2x-1}=\sqrt{5}$; в) $\sqrt{5-x}=x-5$

4 вариант. а) $\sqrt{x+9}=4$; б) $\sqrt{5}=\sqrt{x^2-4}$; в) $\sqrt{4x+5}=2x+1$

Литература.1. Колмогоров А.Н.Алгебра и начала математического анализа 10-11, стр. 216, 217.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 40

Тема: Способы решения показательных уравнений и систем

Цель: -уметь решать простейшие показательные уравнения ;

- уметь решать показательные уравнения разными способами: способом вынесения за скобки общего множителя; введением вспомогательного неизвестного; систем показательных уравнений;

Оснащение занятия: конспекты, учебник, плакат.

Теоретические сведения к практической работе

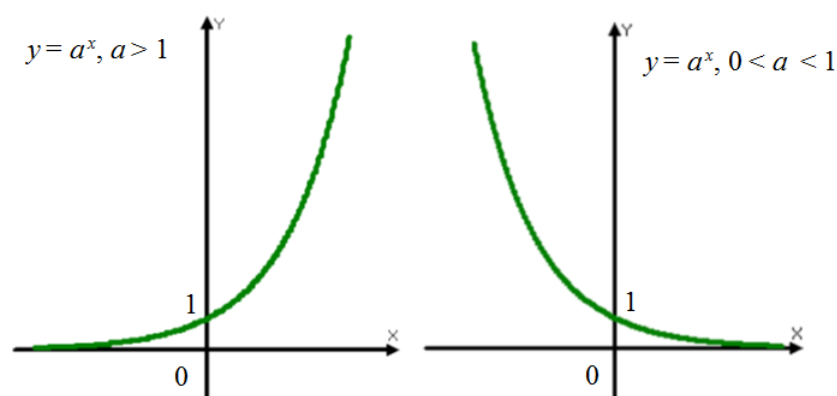
Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$, называют показательной функцией.

Основные свойства показательной функции $y = a^x$:

Свойство	$a > 1$	$0 < a < 1$
Область определения	$D(f) = (-\infty; +\infty)$	$D(f) = (-\infty; +\infty)$
Область значений	$E(f) = (0; +\infty)$	$E(f) = (0; +\infty)$
Монотонность	Возрастает	Убывает
Непрерывность	Непрерывная	Непрерывная

График показательной функции

Графиком показательной функции является экспонента:



Графики показательных функций (экспоненты)

Показательными называются уравнения, в которых неизвестная переменная находится только в показателях каких-либо степеней.

Для решения показательных уравнений требуется знать и уметь использовать следующую несложную теорему:

Теорема 1. Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Помимо этого, полезно помнить об основных формулах и действиях со степенями:

$$\begin{aligned} a > 0, b > 0 : \\ a^0 &= 1, 1^x = 1; \\ a^{\frac{k}{n}} &= \sqrt[n]{a^k} \quad (k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}); \\ a^{-x} &= \frac{1}{a^x}; \\ a^x \cdot a^y &= a^{x+y}; \\ \frac{a^x}{a^y} &= a^{x-y}; \\ (a^x)^y &= a^{xy}; \\ a^x \cdot b^x &= (ab)^x; \\ \frac{a^x}{b^x} &= \left(\frac{a}{b}\right)^x. \end{aligned}$$

Пример 1. Решите уравнение:

$$2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0.$$

Решение: используем приведенные выше формулы и подстановку:

$$t = 2^x.$$

Уравнение тогда принимает вид:

$$2t^2 - 5t - 88 = 0.$$

Дискриминант полученного квадратного уравнения положителен:

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-88) = 729 = 27^2 > 0.$$

Это означает, что данное уравнение имеет два корня. Находим их:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{729}}{2 \cdot 2} = 8, \\ t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{729}}{2 \cdot 2} = -5, 5. \end{cases}$$

Переходя к обратной подстановке, получаем:

$$\begin{cases} 2^x = 8, \\ 2^x = -5, 5. \end{cases}$$

Второе уравнение корней не имеет, поскольку показательная функция строго положительна на всей области определения. Решаем второе:

$$2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3.$$

С учетом сказанного в теореме 1 переходим к эквивалентному уравнению: $x = 3$. Это и будет являться ответом к заданию.

Ответ: $x = 3$.

Порядок выполнения работы:

Задание 1.

Повторите теоретический лекционный материал по теме «Свойства показательной функции и ее график», «Показательные уравнения».

Задание 2.

Организуйте работу парами и на основании теоретического материала задайте друг другу вопросы, начинающиеся со слов: – «Что?»; «Как?»; «Какими?»; «Почему?»

Несколько вопросов и ответов по окончании работы в парах будут заслушаны перед группой.

Задание 3. Построить график функций и записать их свойства.

Вариант-1. а) $y=3^x$, б) $y=(\frac{1}{3})^x$ (Вариант-2. а) $y=4^x$, б) $y=(\frac{1}{4})^x$.

Задание 4. Перечислите способы решения показательных уравнений.

Задание 5. Решить уравнения (в парах) № 209(1), 210(1), 211(1), 213(1).

Задание 6. Решить уравнение (самостоятельно).

Вариант-1. а) $2^{3x} = 128$, б) $6^{2x-8}=216^x$; в) $5^{x+1} \cdot 5^{x-1}=24$

г) $2 \cdot 3^{2x} - 3 \cdot 3^x - 2 = 0$,

Вариант-2. а) $3^{5x}=81$, б) $3^{-1-x}=27^x$, в) $7^{x+2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 345$;

г) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

Задание 7. Решить систему уравнений.

Вариант 1. а) Вариант 2. а)

б) № 242 (1) б) № 242(2).

Контрольные вопросы:

1. Что называется показательной функцией?

2. Какими свойствами она обладает?
 3. Как расположен график показательной функции?
 4. Какие уравнения называются показательными?
 5. Назовите способы решения показательных уравнений.
- Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.79, стр.82.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 41

Тема: Способы решения показательных уравнений и неравенств.

Цель: - уметь решать показательные уравнения разными способами;
 - уметь решать показательные неравенства;
 - уметь строить графики показательных функций и решать простейшие показательные неравенства графически;

Оснащение занятия: учебник, конспект.

Теоретические сведения к практической работе

Рассмотрим решение показательных неравенств

вида $a^x \leq a^b$ ($a^x \geq a^b$), где b – некоторое рациональное число.

Если $a > 1$, то показательная функция $y = a^x$ монотонно возрастает и определена при всех x . Для возрастающей функции большему значению функции соответствует большее значение аргумента. Тогда неравенство $a^x \leq a^b$ ($a^x \geq a^b$) равносильно неравенству $x \leq b$ ($x \geq b$).

Если $0 < a < 1$, то показательная функция $y = a^x$ монотонно убывает и определена при всех x . Для убывающей функции большему значению функции соответствует меньшее значение аргумента.

Тогда неравенство $a^x \leq a^b$ ($a^x \geq a^b$) равносильно неравенству $x \geq b$ ($x \leq b$).

Пример 1. Решим неравенство $2^x < 32$

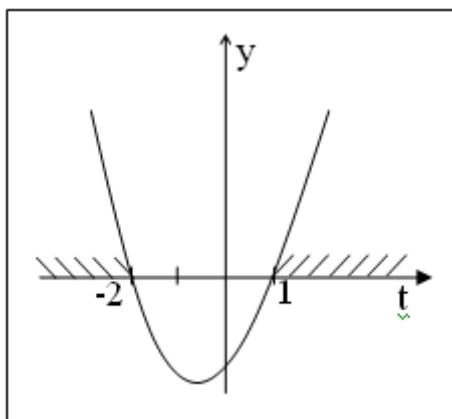
Запишем неравенство в виде $2^x < 2^5$. Т. к. $2 > 1$, то показательная функция $y = 2^x$ возрастает. Поэтому данное неравенство равносильно неравенству $x < 5$. Ответ: $(-\infty, 5)$.

Пример 2. Решим неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$.

Запишем неравенство в виде $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

Т. к. $0 < \frac{1}{2} < 1$, то показательная функция $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ убывает.
Поэтому данное неравенство равносильно неравенству $x > -3$.
Ответ: $(-3; +\infty)$.

Пример. Решим неравенство $16^x + 4^x - 2 > 0$



Пусть $4^x = t$, тогда получим квадратное неравенство $t^2 + t - 2 > 0$.

$$t^2 + t - 2 > 0 (\text{см. рис}) \Leftrightarrow \begin{cases} t < -2 \\ t > 1 \end{cases} (*)$$

Так как $t = 4^x$, то получим, что совокупность

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x < -2 \\ 4^x > 1 \end{cases}$$

Первое неравенство не имеет решений, так как $4^x > 0$ при всех $x \in \mathbb{R}$. Второе неравенство можно записать в виде $4^x > 4^0$, откуда $x > 0$.

Ответ: $(0; +\infty)$.

Задание 1. Ответьте на вопросы:

1. Какое неравенство называется простейшим показательным неравенством?
2. Какое свойство показательной функции используется при решении показательных неравенств?

3. Какие из данных функций являются возрастающими, а какие убывающими:
 $y=3^x$; $y=(\frac{1}{2})^{2x}$; $y=1,4^x$; $y=0,7^x$?

4. Является ли число 1 решением неравенства:

а) $2^x < 3$, б) $2^x > 1$, в) $2^x \leq 1$, д) $(\frac{1}{2})^x < 3$, е) $0,1^x > 1$ ф) $(0,2)^x \leq 0,2$

5. Решить неравенства: $2^x > 4$, $(\frac{1}{2})^x > 8$, $8^x \leq 64$

Задание 2. Решить неравенства на доске:

№472(а, б)(Колмогоров, стр. 232).

$$4^x < \frac{1}{2}$$

$$2^{3 \cdot x} \geq \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2 - 3 \cdot x} < \frac{121}{169}$$

$$2^{x-1} + 2^{x+3} > 17$$

Задание 3. Самостоятельная работа.

B – 1.

1. Каждому уравнению и неравенству сопоставьте решение:

$$(1) 4^x = 64$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 27$$

$$(3) 7^{x-2} = \sqrt[3]{49}$$

$$(4) (0,2)^x \leq \frac{1}{25}$$

$$(5) 5^{x^2-2x-1} = 25$$

$$(6) 4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(7) 3^{2-x} < 27$$

$$(8) 2^{x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$$

Решения:

1. $2\frac{2}{3}$,
2. -1,
3. $x \geq -1$,
4. $x < 3$,
5. уравнение решений не имеет,
6. $\forall x \in \mathbb{R}$,
7. $x > 2$,
8. $x \leq 2$,
9. неравенство решений не имеет,
10. 0,
11. 2,
12. $x \leq -3$,
13. 3,
14. $x > -1$,
15. 4,
16. $x \geq -3$,
17. $x \geq 2$.

B – 2.

1. Каждому уравнению и неравенству сопоставьте решение:

$$(1) \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2$$

$$(2) 27^x = \frac{1}{3}$$

$$(3) 3^{4x+3} \leq \frac{1}{3}$$

$$(4) 64^x - 8^x - 56 = 0$$

$$(5) 0,3^{7+4x} > 0,027$$

$$(6) 5^{x^2-7x+11} = 5^{-1}$$

$$(7) 7^{x-2} = \sqrt[3]{49}$$

$$(8) (1,5)^x < 2,25$$

Решения:

$$1. 5,$$

$$2. x \leq -2,$$

$$3. 2\frac{2}{3},$$

$$4. x < -1,$$

$$5. \frac{1}{3},$$

$$6. x \leq -1,$$

$$7. 3,$$

$$8. -1,$$

$$9. 1,$$

$$10. -3 \leq x \leq -1,$$

$$11. \text{уравнение решений не имеет},$$

$$12. x > -1,$$

$$13. -\frac{1}{3},$$

$$14. \text{неравенство решений не имеет},$$

$$15. 2,$$

$$16. x < 2,$$

$$17. 0.$$

Литература.1. Колмогоров А.Н.Алгебра и начала математического анализа 10-11, стр. 232.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №42

Тема: Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество.

Основные свойства логарифмов.

Цели:

- научиться вычислять логарифмы чисел;
- научиться применять свойства логарифмов при выполнении преобразований выражений, содержащих логарифмы;
- изучить тему «Десятичные и натуральные логарифмы».

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Теоретические сведения к практической работе

Логарифм положительного числа b по

основанию a (обозначается $\log_a b$) — это показатель степени, в которую надо возвести a , чтобы получить b . $b > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b, \log_a a^x = x$$

$$\log_2 8 = 3, \text{ так как } 2^3 = 8;$$

$$\log_7 49 = 2, \text{ так как } 7^2 = 49;$$

$$\log_5 \frac{1}{5} = -1, \text{ так как } 5^{-1} = \frac{1}{5};$$

$$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}, \text{ так как } 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Пример:

Десятичный логарифм — логарифм с основанием 10, который обозначается как $\lg x$.

Натуральный логарифм — логарифм с основанием e , обозначается $\ln x$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА

$a^{\log_a b} = b$	$\log_a b^m = m \log_a b$	
$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$	$\log_{a^n} b^n = \log_a b$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

$$8^{2 \log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9$$

Логарифм произведения — это сумма логарифмов

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3(8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4$$

Логарифм частного — это разность логарифмов

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81$$

Свойства степени логарифмируемого числа и основания логарифма

Показатель степени логарифмируемого числа $\log_a b^m = m \log_a b$

Показатель степени основания логарифма $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$

$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$, в частности если $m = n$, мы получаем формулу:
 $\log_{a^n} b^n = \log_a b$, например: $\log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3$

Переход к новому основанию

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, в частности, если $c = b$, то $\log_b b = 1$, и тогда:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \log_{0,8} 3 \cdot \frac{\log_{0,8} 1,25}{\log_{0,8} 3} = \log_{0,8} 1,25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = -1$$

Порядок выполнения работы

Задание 1. Вопросы для повторения.

1. В чем заключается определение логарифма данного числа по данному основанию?
2. Какие ограничения накладываются на основание и на логарифмируемое число?
3. Что можно сказать о логарифме числа, равного основанию?
4. Чему равен логарифм единицы по любому основанию?
5. Перечислите свойства логарифмов.

Задание 2. Проверить: а) $\log_4 16 = 2$; б) $\log_3 \frac{1}{81} = -4$; в) $\log_{16} 1 = 0$;

г) $\log_5 125 = 3$; д) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$; е) $\log_{0,5} 4 = -2$

Задание 3. Найти N , если: а) $\log_3 N = -1$; б) $\log_{\frac{1}{3}} N = -3$; в) $\log_5 N = 2$; г) $\log_{\sqrt{5}} N = 0$ д) $\log_9 N = 1$ е) $\log_{\frac{1}{2}} N = -3$;

Задание 4. Вычислить: а) $3^{\log_3 18}$; б) $0,3^{\log_{0,3} 6}$; в) $\frac{1}{4}^{\log_{\frac{1}{4}} 7}$; г) $5^{\log_5 \frac{3}{4}}$.

Задание 5. Используя свойства логарифмов выполнить № 290- № 293 (1;3).

Задание 6. Разберите решение задач 5 и 6 на стр.89-90 и выполните № 277(1,3,5), № 278(н е ч.).

Задание 7. Прочитайте п.17, стр. 94 и дайте ответ письменно на вопросы:

1. Какие логарифмы называются десятичными? Как их записывают?
2. Какие логарифмы называются натуральными? Как их записывают?
3. Запишите формулу перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.
4. Запишите формулы перехода к десятичным и натуральным логарифмам.
5. Разберите решение задачи 2 на странице 96.

Задание 8. Выполните № 307 (5;6).

Контроль знаний студентов:

1. Проверить практическую работу студентов.
2. Выполнить тестовое задание по 2-м вариантам (задание выдает преподаватель).

3. Раздел 1.

1. Найдите логарифм числа 8 по основанию 2.

- 1) 4;
- 2) 3;
- 3) 6;
- 4) 2.

2. Найдите логарифм числа $1/27$ по основанию 3.

- 1) -3 ;
- 2) 3;
- 3) 9;
- 4) 6.

3. Найдите логарифм числа 81 по основанию 3.

- 1) 5;
- 2) 4;
- 3) 8;
- 4) 27.

4. Найдите число x : $\log_3 x = -1$

- 1) 4;
- 2) -3 ;
- 3) $1/3$;
- 4) 3.

5. Найдите число x : $\log_{\sqrt{5}} x = 0$

- 1) 5;
- 2) 1;
- 3) 25;
- 4) $1/5$.

6. Найдите число x : $\log_x 27 = 3$

- 1) 3;
- 2) 9;
- 3) 81;
- 4) $1/3$.

7. Вычислить: $\log_4 16$

- 1) 4;
- 2) 12;
- 3) 2;
- 4) 8.

8. Вычислить. $\log_5 1/25$

- 1) 5;
- 2) -5 ;
- 3) -2 ;
- 4) 1.

9. Вычислить: $\log_{1/7} 49$

- 1) -2 ;
- 2) 2;
- 3) -7 ;
- 4) 7.

10. Вычислить: $\log_p p$

- 1) 0;
- 2) 1;
- 3) -1 ;
- 4) 3.

11. Вычислить: $\log_6 1$

- 1) 0;
- 2) 1;
- 3) -2 ;
- 4) 6.

12. Вычислить: $\log_3 \sqrt{3}$

- 1) 2;
- 2) $1/2$;
- 3) -2 ;
- 4) 0.

13. Вычислить: $2^{\log_2 4}$

- 1) 2;
- 2) 4;
- 3) 8;
- 4) 6.

14. Вычислить: $10^{\lg 100}$

- 1) 100;
- 2) 10;
- 3) 1/10;
- 4) 1.

15. Вычислить: $(1/2)^{\log_{1/2} 1}$

- 1) 0;
- 2) 2;
- 3) 1;
- 4) 4.

16. Вычислить: $0,3^{\log_{0,3} 2} - 5$

- 1) – 4,91;
- 2) – 4,7;
- 3) – 3;
- 4) 2.

В разделе 1 содержится 16 заданий, каждое из которых оценивается в 1 балл. Если ученик набрал не менее 12 баллов, то он может переходить к разделу 2.

Раздел 2.

1. Найдите значение выражения: $\log_2 16 + \log_2 2$

- 1) 4;
- 2) 5;
- 3) 6;
- 4) 4,5.

2. Найдите значение выражения: $\log_{12} 36 + \log_{12} 4$

- 1) 2;
- 2) 12;
- 3) 0;
- 4) 40.

3. Найдите значение выражения: $\log_2 7 - \log_2 7/16$

- 1) 3;
- 2) 4;
- 3) 1;
- 4) 16.

4. Найдите значение выражения: $\log_3 27/a^2$, если $\log_3 a = 0,5$

- 1) 2,75;
- 2) 2;

3)3;

4)5.

5. Найдите значение выражения: $4^{2\log_4 3}$

1) 9;

2) 1;

3) 6;

4) 8.

6. Найдите значение выражения: $(1/2)^{4\log_{1/2} 3}$

1) 0;

2) 81;

3) 12;

4) 1/2.

7. Найдите значение выражения : $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$

1) 2;

2) 1;

3) - 2;

4) 90.

8. Найдите значение выражения: $\log_{12} 9/144 - \log_{12} 9$

1) 1;

2) 2;

3) - 2;

4) 12.

9. Определить верное равенство:

1) $\log_3 24 - \log_3 8 = 16$;

2) $\log_3 15 + \log_3 3 = \log_3 5$;

3) $\log_5 5^3 = 2$;

4) $\log_2 16^2 = 8$.

10. Определить верное равенство:

1) $3\log_2 4 = \log_2 (4*3)$;

2) $3\log_2 3 = \log_2 27$;

3) $\log_3 27 = 4$;

4) $\log_2 2^3 = 8$.

11. Найдите значение выражения: $\log_3 6 + \log_{1/3} 2$

1) 2;

2) 4;

3) 1;

4) 12.

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.88, стр.92, стр.94.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №43

Тема: Основные свойства логарифмов

Цели: -знать определение логарифмов, основное логарифмическое тождество;

- знать свойства логарифмов, уметь ими пользоваться;

Оснащение занятия: учебник, конспект.

Порядок выполнения работы

Задание1. Вопросы для повторения:

1. Что называют логарифмом положительного числа b по основанию a ($a > 0, a \neq 1$) ?

2. Существует ли логарифм 0 ; отрицательного числа?

3. Логарифм по какому основанию называют А) натуральным; б) десятичным? Как обозначают эти логарифмы?

4. Сформулируйте свойства логарифмов положительных чисел, запишите их в виде равенств?

5. Вычислить: а) $\log_2 4^3$;

б) $\log_5 25^{-1}$; в) $\log_{\frac{1}{2}} 2$; г) $\log_{\frac{1}{2}} 8^3$; д) $\log_{\sqrt{2}} 2$; е) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{27}$; ж) $4^{\log_2 3}$; з) $9^{\log_3 5}$;

Задание2. Форма работы индивидуальная.

1. Выполнить задания. Вычислить. №43.2, №43.3, 343.4 , №43.5, 343.

2. Найти число x по его логарифму. №43.9, №43.11.

3. Решить уравнения. №43.26 (а, б)

Задание3. Самостоятельная работа.

1 вариант. Решить уравнения : №43.27 (а, б); №43.28 (в, г); №43.20 (а, б)

2 вариант. Решите уравнения: №43.27(в, г) ; №43.28 (а, б); №43.20(в, г)

Литература. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа.

10-11 классы. Задачник..стр.146,147,148,149.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №44

Тема: Решение логарифмических уравнений.

Цели: – научиться строить график логарифмической функции;

– научиться решать логарифмические уравнения.

Оснащение занятия: учебники, конспекты, справочник, плакат.

Логарифмическим уравнением называют уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма.

Решение логарифмических уравнений на основании определения логарифма.

Пример 1. Решите уравнение $\log_3(2x + 1) = 2$.

Решение. По определению логарифма имеем: $2x+1=3^2$, $2x=8$, $x=4$.

*Проверка: $\log_3(2 * 4 + 1) = \log_3 9 = 2$;*

Ответ: 4.

Решение логарифмических уравнений методом потенцирования

Пример 2. Решите уравнение $\log_5 x = \log_5 (6 - x^2)$.

Решение. Из равенства логарифмов чисел следует:

$$x = 6 - x^2, \quad x^2 + x - 6 = 0, \quad x_1 = -3, \quad x_2 = 2.$$

Проверка: 1) число -3 корнем данного уравнения быть не может, так как логарифмы отрицательных чисел не существуют.

$$2) \log_5 x = \log_5 2, \log_5 (6 - x^2) = \log_5 (6 - 2^2) = \log_5 2.$$

Ответ: 2.

Приведение логарифмического уравнения к квадратному

Пример 3. Решите уравнение $\lg^2 x = 3 - 2 \lg x$.

Решение. Обозначим $\lg x$ через y . Данное уравнение принимает вид:

$$y^2 = 3 - 2y, \quad y^2 + 2y - 3 = 0, \quad y_1 = -3, \quad y_2 = 1, \quad \lg x = -3, \quad x_1 = 0,001,$$

$$\lg x = 1, \quad x_2 = 10.$$

Проверка: 1) $\lg^2 0,001 = 9$, $3 - 2 \lg 0,001 = 9$, $x = 0,001$ - корень.

$$2) \lg^2 10 = 1, \quad 3 - 2 \lg 10 = 1, \quad x = 10 - \text{корень.}$$

Ответ: 0,001; 10.

Порядок выполнения работы:

Задание 1.

Повторите теоретический материал по теме: «Логарифмическая функция», «Логарифмические уравнения».

Задание 2. Организуйте работу парами и ответьте на вопросы:

1. Дайте определение логарифмической функции. Приведите пример.
2. Сформулируйте свойства логарифмической функции. Как проходит график логарифмической функции?
3. Какие уравнения называются логарифмическими?
4. Какая теорема применяется при решении логарифмических уравнений?

5. Почему необходимо делать проверку или находить ОДЗ при решении логарифмических уравнений?

Задание 3. Выполните № 322.

Задание 4.

1. Перечислите способы решения логарифмических уравнений.

2. Решить уравнение № 337(2), № 338(3), № 341(2), № 342(2), № 376(1).

Контроль знаний студентов:

Вариант-1. № 324(1,4), №337(1), №338(1), №340(1), №341(1).

Вариант-2. № 324(2,3), №337(3), №338(2), №340(2), №341(3).

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.98, стр.103.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №45

Тема: Решение логарифмических неравенств.

Цели:

- научиться решать логарифмические неравенства;
- закрепить теоретические знания по теме: Логарифмическая функция.

Оснащение занятия: учебник, плакат, справочник.

Теоретические сведения к практической работе

Простейшее **логарифмическое неравенство** имеет вид:

$\log_a f(x) \quad V \quad \log_a g(x)$, где V - один из знаков неравенства: $<, >, \leq$ или $\geq$.

Если основание логарифма больше единицы ($a > 1$), то при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, знак неравенства сохраняется, и неравенство

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

равносильно системе:

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Если основание логарифма больше нуля и меньше единицы ($0 < a < 1$), то при переходе от логарифмов к выражениям, стоящим под знаком логарифма, знак неравенства меняется на противоположный, и неравенство

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

равносильно системе:

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

1. Решим неравенство:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+4) > \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2x - 2)$$

Так как основание логарифмов в обеих частях неравенства меньше 1, при переходе к выражениям, стоящим под знаком логарифма, знак неравенства меняется на противоположный. Выражения, стоящие под знаком логарифма должны быть строго больше нуля. Перейдем к системе:

$$\begin{cases} x+4 < x^2 + 2x - 2 \\ x+4 > 0 \end{cases}$$

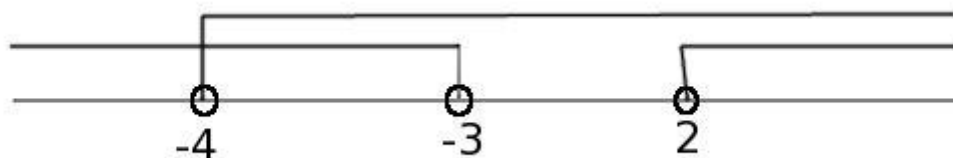
Обратите внимание: мы указываем, что больше нуля должно быть меньшее из выражений, которые стоят под знаком логарифма. В этом случае большее выражение автоматически будет больше нуля.

Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 > 0 \\ x > -4 \end{cases}$$

Корни квадратного трехчлена: $x_1 = -3$, $x_2 = 2$

Отсюда:



Ответ: $x \in (-4; -3) \cup x \in (2; \infty)$

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Записать в конспект.

При решении неравенств вида следует помнить, что логарифмическая функция

возрастает при $x > 0$ и убывает при $x < 0$ (см. п. 18). Значит, в случае, когда $a < 1$, то от исходного неравенства нужно переходить к неравенству того же смысла. В случае же когда $a > 1$, то от исходного неравенства следует переходить к неравенству противоположного смысла. При этом следует учитывать, что логарифмическая функция определена лишь на множестве положительных чисел.

Задание 2. Разберите решение задач 1 и 2 (см. стр. 108) и составьте алгоритм

решения логарифмических неравенств.

Задание 3. Выполните № 354 (1;3), № 355(1;3;5), № 357 по алгоритму.

Контроль знаний студентов:

Вариант-1. №356(1), № 381(3), № 382(2).

Вариант-2. №356(3), № 381(4), № 382(1).

Литература: Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа стр109, стр.110,112

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №46

Тема: Обобщающе- повторительный урок по теме: Показательная и логарифмическая функция

Цели:- знать определение логарифма и его свойства;

- знать основные методы решения и классификацию логарифмических уравнений;

- уметь решать логарифмические неравенства;

- знать свойства показательных функций;

- уметь решать показательные уравнения и неравенства;

Оснащение занятия: учебник, конспект.

Порядок выполнения работы:

Задание 1.Задания выполняются устно:

1) $\log_{\frac{1}{3}} 81$; 2) $\log_7 7$; 3) $3^{\log_3 15}$; 4) $\log_7 1$; 5) $\log_6 12 + \log_6 3$; 6) $\log_2 15 - \log_2 30$;

7) $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$; 8) $\log_{81} 3$; 9) $\log_{13} \sqrt{13}$; 10) $\log_{17} \frac{1}{\sqrt{17}}$; 11) $\log_5 125^4$; 12) $\log_8 8^{-3}$;

13) $4^x = 64$; 14) $2^x < 32$; 15) $3^x \geq 81$;

Задание 2. Выполнить на доске: Решить уравнения:

1) $2^{3x-4} = 64$

2) $3^{x+1} \cdot 2 \cdot 3^{x-2} = 75$

3) $5 \cdot 9^x + 9^{x-2} = 406$

4) $\log_5 x = 3 \log_5 5 - \frac{1}{3} \log_5 125$

5) $\log_3 (3x - 2) = 4$

6) $\log_4 (x^2 - 5) = 1$

7) $\log_4 (2x - 3) = \log_4 (x^2 - 5x + 3)$

Задание 3. Решить неравенства:

1) $(\frac{1}{5})^{2x-1} > 125$

2) $\log_{\frac{1}{5}} (3x - 5) > -2$

3) $\log_{\frac{1}{7}} (2x + 3) \leq \log_{\frac{1}{7}} (3x - 2)$

Задание 4. Самостоятельная работа.

1 вариант. №45.5(а, б); №44.7(в, г), №44.5 (а)

2 вариант. №45.5(в, г); №44.7(а, б), №44.5 (б)

Литература. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа, 10-11. Задачник. стр. 151.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №47

Тема: Решение задач по темам: Призма, параллелепипед, куб.

Цели: - выработка навыков решения задач на нахождение элементов призмы, параллелепипеда, куба;

- уметь строить призму, параллелепипед, куб, знать свойства этих фигур;

- уметь находить площадь боковой и полной поверхности призмы, параллелепипеда., куба.

Оснащение занятия: учебник, конспект.

Теоретические сведения к практической работе

Призмой называется многогранник, состоящий из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещающихся параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников (рис1)

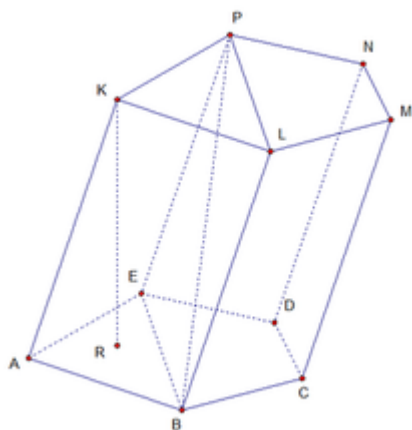


Рис.1 KLMNP, ABCDE – основания призмы, АК, EP, CM, ... - ребра, KR- высота
Свойства призмы
1. Основания призмы равны и параллельны.
2. Боковые ребра равны и параллельны.
3. Боковые грани — параллелограммы
Различают прямые и наклонные призмы

Прямая призма - это призма, у которой боковые ребра перпендикулярны основаниям (рис.2)

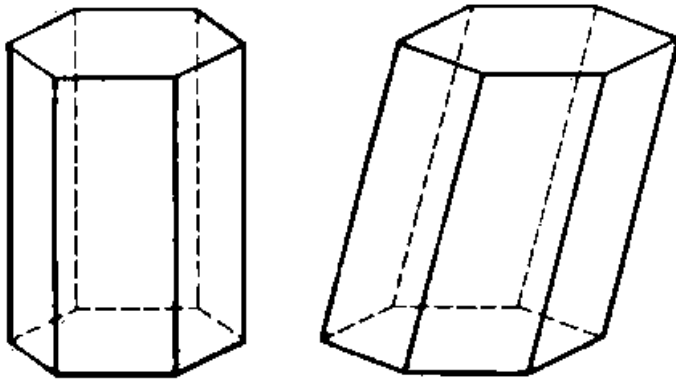


Рис.2.

Высота прямой призмы равна боковому ребру.

$$H = AA_1 = \dots$$

Боковые грани прямой призмы — прямоугольники.

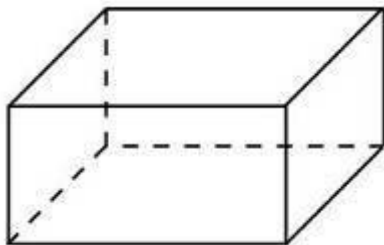
ABB_1A_1 — прямоугольник, BCC_1B_1 — прямоугольник, ...

Наклонная призма - это призма, у которой боковые ребра не перпендикулярны плоскостям оснований (рис.2)

Правильная призма — прямая призма, в основании которой лежит правильный многоугольник. У такой призмы все боковые грани — равные прямоугольники. У такой призмы все боковые грани — равные прямоугольники.

По виду основания призмы различают **треугольные, четырехугольные, n - угольные призмы.**

Параллелепипедом называется призма, в основании которой лежит параллелограмм (рис.3)



1. У параллелепипеда все грани — параллелограммы

2. У параллелепипеда противоположные грани параллельны и равны.

3. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся пополам.

Прямой параллелепипед – это параллелепипед, у которого боковые ребра перпендикулярны плоскостям оснований (рис.5)

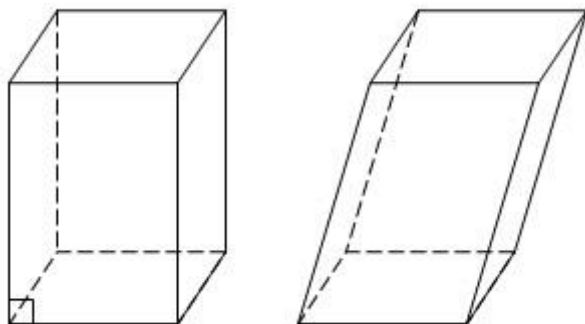


Рис.4

У прямого параллелепипеда четыре боковые грани — прямоугольники, а два основания — параллелограммы

Наклонный параллелепипед – это параллелепипед, у которого боковые ребра не перпендикулярны плоскостям оснований (рис.4)

У наклонного параллелепипеда все шесть граней — параллелограммы

Прямоугольный параллелепипед – это прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник

1. У прямоугольного параллелепипеда все грани — прямоугольники.

2. В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений. $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ ($AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$).

3. В прямоугольном параллелепипеде все 4 диагонали равны между собой.

4. $V_{\text{прямоуг. парал.}} = AB \times AD \times AA_1 = abc$.

5. $S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \times AA_1 = 2 (AB + AD) \times AA_1 = 2 (a + b) c$;

6. $S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$.

Кубом называется прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны.

Задача 1. Боковое ребро наклонной призмы равно 15 см и наклонено к плоскости основания под углом 30° . Найдите высоту призмы (рис.6)

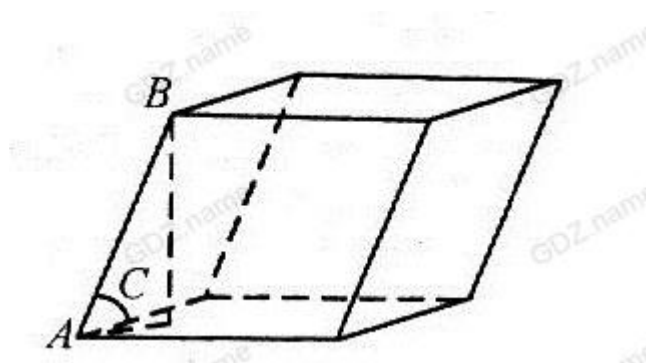


Рис.6

BO - перпендикуляр в основании, так что $\triangle ABO$ - прямоугольный.

Значит $BC = AB \cdot \sin BAC = 15 \cdot \sin 30^\circ = 7,5$ (см)

Ответ: 7,5 см.

Задача 4. В правильной четырехугольной призме площадь основания равна 144 см^2 , а высота равна 14 см. Определить диагональ этой призмы.

Решение:

Так как призма правильная, то в основании ее лежит квадрат и его площадь равна $S = a^2$

Тогда $a = \sqrt{S} = \sqrt{144} = 12$ (см)

Далее, заметим, что правильная четырехугольная призма является прямоугольным параллелепипедом, так что квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений, так что:

$$d^2 = a^2 + a^2 + h^2 = 12^2 + 12^2 + 14^2 = 484, \quad d = 22 \text{ (см)}$$

Ответ: $d = 22$ см

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторите учебный материал, необходимый для дальнейшей работы.

1. Какой многогранник называется призмой?
2. Какими свойствами обладают основания призмы? боковые рёбра?
3. Что называется высотой призмы?
4. Может ли правильная призма быть наклонной?

5. Является ли перпендикулярность бокового ребра призмы к плоскости основания достаточным условием того, что призма правильная?

6. Какой многогранник называется параллелепипедом?

7. Верны ли утверждения:

а) все грани прямоугольного параллелепипеда- прямоугольники;

б) все грани прямоугольного параллелепипеда- прямоугольники;

в) ни одна грань прямоугольного параллелепипеда не является прямоугольником;

г) прямоугольный параллелепипед есть правильная призма?

д) длины всех диагоналей прямоугольного параллелепипеда равны?

Задание 2. Решить задачи (групповая форма работы)

1. Боковое ребро прямого параллелепипеда равно 5м, стороны основания равны 6м и 8м, одна из диагоналей основания равна 12м. Определить диагонали параллелепипеда.

2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3см и 5см, одна из диагоналей основания 4 см. Меньшая диагональ параллелепипеда с плоскостью основания составляет угол в 60° . определить диагонали параллелепипеда.

3. Поверхность куба равна 24 м^2 . Найти его ребро

4. Определить поверхность прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 10 см, 22см, 16 см.

5. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 6 м и 8 м и образуют угол в 30° ; боковое ребро равно 5 м. Определить полную поверхность этого параллелепипеда.

6. Определить полную поверхность прямой треугольной призмы, если ее высота равна 50 см, а стороны основания 40 см, 13 см, 37 см.

7. В прямой треугольной призме стороны основания равны 25 дм, 29 дм и 36 дм, а полная поверхность содержит 1620 дм^2 . Определить боковую поверхность призмы.

8. Расстояние между боковыми ребрами наклонной треугольной призмы: 2 см, 3 см, 4 см. Боковая поверхность равна 45 см^2 . Найти боковое ребро.

Контроль знаний студентов:

Проверить практическую работу в группах.

Самостоятельная работа.

1 вариант. №219

2 вариант №220

Литература. : Атанасян Л. С. Геометрия стр.67.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №48

Тема: Решение задач по теме: Пирамида.

Цели:- уметь строить пирамиду, знать её свойства;

- уметь решать задачи на нахождение элементов пирамиды;
- уметь решать задачи на нахождение площади боковой и полной поверхности пирамиды;

Оснащение занятия: учебник, конспект.

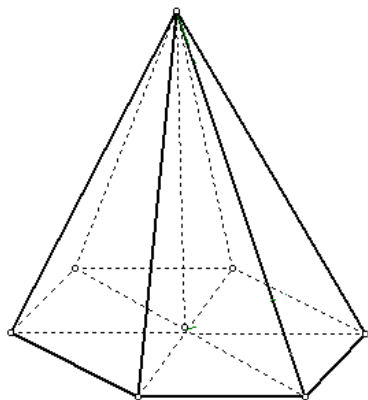
Теоретические сведения к практической работе.

Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – **основания** пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, - **вершины** пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **боковыми ребрами**.

Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания (рис. 1)

Пирамида называется p – угольной, если ее основанием является p – угольник. Треугольная пирамида называется также **тетраэдром**.

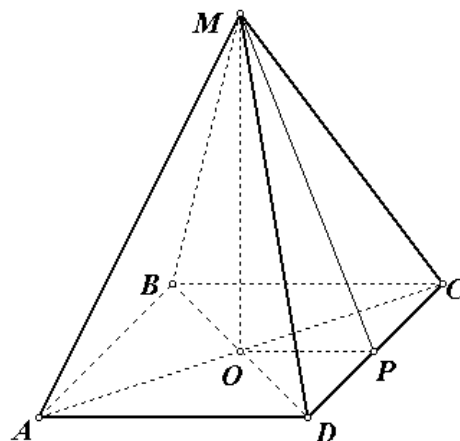
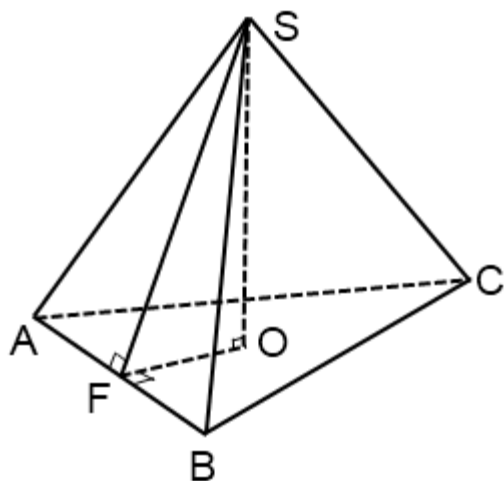


Пирамида называется **правильной**, если в ее основании лежит правильный многоугольник, а высота проектируется в центр основания

Боковые грани правильной пирамиды - равные равнобедренные треугольники.

Боковые ребра правильной пирамиды равны.

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой**(рис.2.)

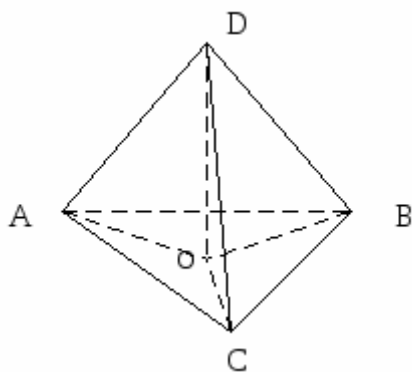


MP, SF –

апофема рис.2

Задача 1. В треугольной пирамиде стороны основания равны 13 см, 14 см, 15 см, все боковые ребра составляют с основанием углы, равны α . Найти высоту пирамиды.

Решение.



Определим положение

точки O относительно $\triangle ABC$. Так как прямоугольные треугольники AOD , COD и BOD имеют по равному катету OD и по равному острому углу α , то они равны. Значит, $AO = OC = OB$. А это означает, что точка O является центром описанной около основания окружности радиуса AO . Найдем радиус описанной

окружности из формулы $R = \frac{abc}{4S}$. Для этой цели нам необходимо найти площадь треугольника ABC , по формуле Герона:

$$S_{ABC} = \sqrt{21 \times (21-13) \times (21-14) \times (21-15)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84 \text{ (см)}. \text{ Тогда } R = \frac{abc}{4S} = \frac{13 \times 14 \times 15}{4 \times 84} = \frac{65}{4 \times 2} = \frac{65}{8}.$$

Высоту пирамиды найдём из прямоугольного

треугольника AOD с острым углом α : $\text{tg } \alpha = \frac{OD}{AO}$, или $AO \times \text{tg } \alpha =$

OD . Значит, $OD = \frac{65}{8} \text{tg } \alpha$

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторить материал, необходимый для дальнейшей работы:

1. Какой многогранник называется пирамидой?
2. Что называется высотой пирамиды?

3. Какими фигурами являются боковые грани пирамиды? боковые рёбра пирамиды?
4. Какая пирамида называется правильной?
5. Какими свойствами обладают боковые рёбра правильной пирамиды? боковые грани?
6. Что такое ось правильной пирамиды?
7. Что называется апофемой правильной пирамиды?

Задание 2. Решить задачи (групповая форма работы)

1. По данной стороне основания a и боковому ребру высоту правильной пирамиды:

1) треугольной; 2) четырехугольной.

2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 7 см, а сторона основания 8 см. Определить боковое ребро.

3. Основанием пирамиды служит параллелограмм, у которого стороны содержат 3 см и 7 см, а одна из диагоналей 6 см. Высота пирамиды, проходящая через точку пересечения диагоналей основания, равна 4 см. Определить боковые ребра пирамиды.

4. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого основание равно 6 см и высота 9 см. Боковые ребра равны между собой, и каждое содержит 13 см. Определить высоту этой пирамиды.

5. По данной стороне основания a и высоте h найти полную поверхность правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной.

6. Определить боковую поверхность правильной треугольной пирамиды, если ее высота равна 4 см, а апофема 8 см.

7. Определить высоту правильной треугольной пирамиды, если сторона основания равна a , а боковая поверхность вдвое больше площади основания

8. В правильной четырехугольной пирамиде боковая поверхность равна $14,76 \text{ м}^2$, а полная поверхность 18 м^2 . Определить сторону основания и высоту пирамиды.

9. Определить боковую поверхность правильной треугольной пирамиды, если сторона основания равна a и боковое ребро составляет с плоскостью основания угол в 45° .

10. Определить сторону основания и апофему правильной треугольной пирамиды, если ее боковое ребро и боковая

поверхность соответственно равны 10 см и 144 см

Задание 3. Контроль знаний студентов:

Проверить практическую работу в группах.

Самостоятельная работа.

1 вариант №242 (а)

2 вариант №242 (б)

Литература. : Атанасян Л. С. Геометрия стр.72.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №49

Тема: Решение задач по теме : Многогранники

Цели:

- научиться строить чертежи к задачам;
- научиться находить основные элементы призмы, пирамиды;
- научиться находить площадь полной и боковой поверхности призмы и пирамиды.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, плакаты, модели многогранников.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторите учебный материал, необходимый для дальнейшей работы.

Вопросы для повторения I группе:

1. Среди многогранников выберите те, которые являются призмой.
2. Что называется призмой? Дайте определения граням, ребрам и вершинам призмы (все элементы указать на плакате).
3. Какая призма называется прямой? (изобразить).
4. Чему равна боковая поверхность прямой призмы?

Вопросы для повторения II группе:

1. Что называется параллелепипедом и является ли он призмой?
2. Начертите параллелепипед, обозначьте его и запишите формулы для нахождения площади полной и боковой поверхностей.
3. Какая призма называется правильной?
4. Какая призма называется наклонной?

Вопросы для повторения III группе:

1. Среди многогранников выберите те, которые являются пирамидой.
2. Что называется пирамидой? Дайте определения граням, ребрам и высоте пирамиды (все элементы указать на плакате).
3. Начертите пирамиду, обозначьте ее и запишите формулы для нахождения площади полной и боковой поверхностей.
4. Что называется усеченной пирамидой? Чему равны боковая и полная ее поверхности?

Вопросы для повторения IV группе:

1. Какая пирамида называется правильной? (выбрать нужную модель)

2. Что можно сказать о боковых ребрах и боковых гранях правильной пирамиды?
 3. Что такое апофема правильной пирамиды?
 4. Чему равна площадь боковой поверхности правильной пирамиды?
- Задание 2. Решить задачи.
1. В прямой треугольной призме – основание прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 35 см. Боковое ребро призмы 24 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
 2. Выполните № 219, № 223.
 3. Основанием правильной пирамиды является четырехугольник со стороной 3 см. Высота боковой грани 9 см. Найдите площадь боковой и полной поверхностей пирамиды.
 4. Выполните № 239, № 310.
- Контроль знаний студентов:
 Проверить практическую работу.
 Вариант 1. №229(а), № 243. Вариант 2. № 229(б), № 244.
 Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр. 60-65.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №50

Тема: Подготовка к контрольной работе по теме: Многогранники

Цели: - уметь строить любой из многогранников: призму, куб, параллелепипед, пирамиду;

- знать классификацию многогранников, свойства ;
- знать элементы любого многогранника;
- уметь решать задачи на нахождение элементов многогранников и площадей их боковой и полной поверхности;

Оснащение занятия: учебник, конспекты, плакаты, модели многогранников.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторите учебный материал, необходимый для дальнейшей работы.

1. Из данных моделей различных многогранников указать прямую треугольную призму, наклонный параллелепипед, прямой параллелепипед, куб, правильную четырёхугольную пирамиду;
2. Какой многогранник называют правильным?
3. Дайте определения прямоугольного параллелепипеда, куба.
4. Что называется осью правильной пирамиды?
5. О какой пирамиде идёт речь, если в этой пирамиде проведена апофема?
6. Верно ли утверждение: а) диагонали параллелепипеда равны?
 б) диагонали прямоугольного параллелепипеда равны?
 в) правильная четырёхугольная призма, одна из боковых граней которой - квадрат, является кубом?

Задание 2. Перепишите в справочники следующие формулы:

Формулы площадей многоугольников

1.Треугольник:

$$1. S = \frac{1}{2}ah \quad 2. S = \frac{1}{2}ab \sin C \quad 3. S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

2.Параллелограмм:

$$1. S = ah \quad 2. S = ab \sin \alpha$$

3.Ромб:

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

4.Трапеция:

$$S = \frac{a+b}{2}h$$

5. Формула площади круга

$$S = \pi R^2$$

6. Теорема косинусов

Для треугольника ABC справедливо равенство:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$$

Свойство диагоналей параллелограмма

Для параллелограмма ABCD справедливо равенство:

$$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2)$$

Задание 3. Задание 2. Решить задачи (групповая форма работы)

1. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 6 и 8 см, а диагональ параллелепипеда 26 см. Найдите высоту и площадь диагонального сечения.
2. В правильной четырёхугольной призме диагональ боковой грани 23 см, а диагональ основания 20 см. Найти диагональ призмы.
3. Найти диагональ прямоугольного параллелепипеда, если диагонали его граней имеют длины 11, 19 и 20 см.
4. Стороны основания прямого параллелепипеда 6 и 7 см, а диагональ основания 11 см. Высота параллелепипеда 10 см. Найдите площади диагональных сечений.
5. В основании пирамиды SABCD лежит прямоугольник, ребро SB перпендикулярно основанию. Постройте углы между : а) прямой SA и плоскостью BSD; прямой SD и плоскостью BSC.

6. Все боковые грани треугольной пирамиды составляют с плоскостью основания угол 45° . Найдите высоту пирамиды, если стороны основания равны 20, 21 и 29 см.
7. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды 12 см, а боковое ребро 10 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
8. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 30 см, а высота 5 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
9. Высота правильной треугольной пирамиды равна 5 см, боковое ребро 13 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Задание 3. Контроль знаний студентов:

Проверить практическую работу в группах.

Самостоятельная работа.

1 вариант №248

2 вариант №258

Литература : Атанасян Л. С. Геометрия стр.73.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №51

Тема: Нахождение элементов цилиндра и конуса

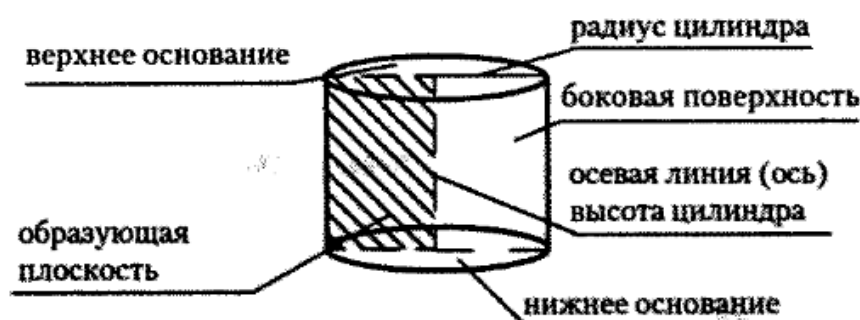
Цели– научиться строить чертежи к задачам;

- научиться находить основные элементы конуса и цилиндра;
- научиться находить площади боковой и полной поверхностей конуса и цилиндра.

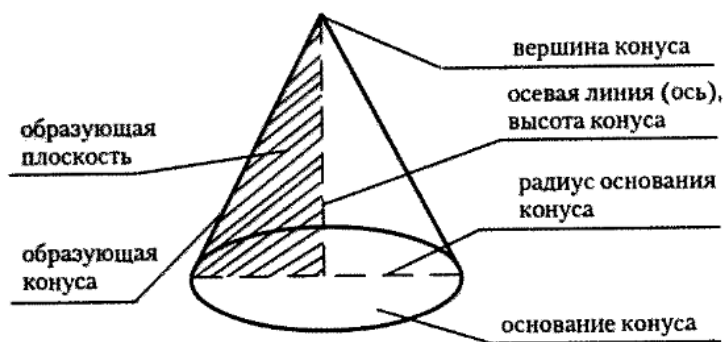
Теоретические сведения к практической работе

Оснащение занятия: учебник, конспект, плакаты, модели.

Определение. Цилиндр — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон как оси.



Определение. Конус (прямой) — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси.



Площади боковой поверхности цилиндра и конуса

Правило. Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания и высоты цилиндра.

$$S_{\text{бок.}} = C \cdot H = 2\pi RH,$$

где C — длина окружности, H — высота цилиндра, R — радиус окружности основания.

Правило. Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания и образующей конуса.

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} C \cdot l = \pi Rl,$$

где C — длина окружности основания, l — длина образующей конуса, R — радиус основания.

Пример 1.

Площадь основания конуса $36\pi \text{ см}^2$, а его образующая 10 см .
Вычислить боковую поверхность конуса.

Решение. Зная площадь основания, найдем его радиус.

$$S = \pi R^2$$

$$36\pi = \pi R^2$$

$$R^2 = 36$$

$$R = 6$$

Площадь боковой поверхности конуса найдем по формуле:

$$S = \pi Rl$$

где

R - радиус основания

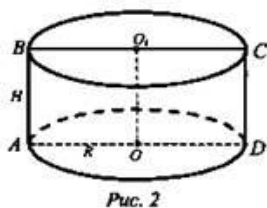
l - длина образующей

откуда

$$S = \pi * 6 * 10 = 60\pi$$

Ответ: $60\pi \text{ см}^2$

№ 545 (рис. 2). Цилиндр получен вращением квадрата со стороной a вокруг одной из его сторон. Найдите площадь: а) осевого сечения цилиндра; Боковой поверхности цилиндра; в) полной поверхности цилиндра.



Решение: ABO_1O - квадрат со стороной a .

а) сечение - прямоугольник $ABCD$; $S_{ABCD} = AB \cdot AD$, $AB = a$, $AD = 2a$, $S_{ABCD} = 2a^2$.

б) $S_{бок.} = 2\pi RH$, $S_{бок.} = 2\pi a^2$.

в) $S_{полн.} = 2\pi R(R + H)$, $S_{полн.} = 2\pi a \cdot 2a = 4a^2\pi$.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Повторите учебный материал.

Вопросы для повторения:

1. Что называется цилиндром? Дайте определение радиусу, высоте, образующей цилиндра.
2. Какая фигура является осевым сечением цилиндра? Когда сечением цилиндра является круг?
3. Чему равны боковая и полная поверхности цилиндра?
4. Что такое конус, вершина конуса, образующая и высота конуса?
5. Что такое осевое сечение конуса?
6. Чему равны боковая и полная поверхности конуса?
7. Дайте определение усеченного конуса.
8. Чему равны боковая и полная поверхности усеченного конуса?

Задание 2. Организуйте работу парами и задайте друг другу вопросы, которые начинаются со слов «Что», «Какая», «Чему».

Задание 3. Выполните № 523, № 525, № 527, № 547, № 553, № 568.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу;
- решить задачу.

Вариант 1. Площадь осевого сечения цилиндра 108 кв. см., диаметр основания 6 см. Найти площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 2. Площадь осевого сечения конуса 32 кв. см, высота равна 4 см.

Найти площадь полной поверхности конуса.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр. 125, стр. 130.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №52

Тема: Нахождение элементов шара и сферы

Цели- научиться записывать уравнение сферы;

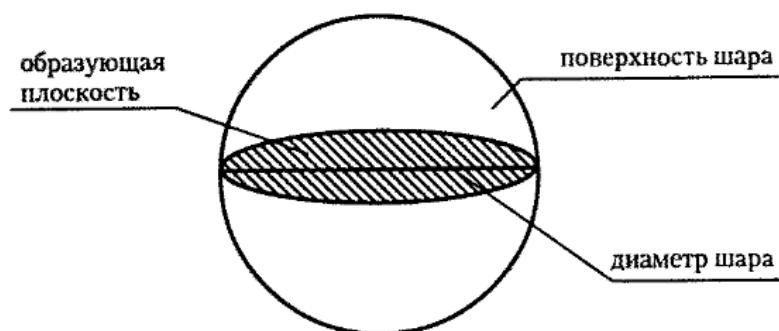
-научиться определять взаимное расположение сферы и плоскости;

-научиться находить радиус, диаметр и площадь сферы.

Оснащение занятия: учебники, конспекты, справочники, модель шара.

Теоретические сведения к практической работе

Определение. Шар — это тело (объемная геометрическая фигура), полученное вращением полукруга вокруг его диаметра как оси.



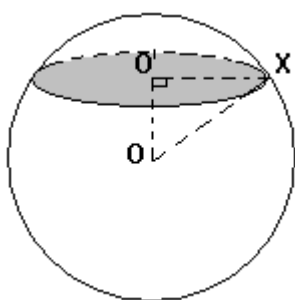
I Вариант

Задача 1. Сечение шара плоскостью имеет площадь $36\pi \text{ м}^2$. Радиус шара 10 м. Найти расстояние от центра шара до плоскости сечения.

Дано: шар $S(O, OX)$ $S_{\text{сеч}} = 36\pi (\text{м}^2)$, $R = OX = 10 \text{ м}$

Найти: OO^1

Решение:



1. Любое сечение шара плоскостью есть круг. $S_{\text{сеч}} = \pi r^2$

$$36\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 36 (\text{м}^2)$$

2. $\triangle OO^1X$ — прямоугольный

$$OO^1 = h, O^1X = r, OX = R$$

$$h^2 = R^2 - r^2 - \text{т. Пифагора}$$

$$h^2 = 100 - 36 = 64, h = 8 \text{ м}$$

Ответ: $h = 8 \text{ м}$

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Дайте определение сферы и шара. Что называется центром, радиусом и диаметром сферы (шара). Все эти элементы укажите на рисунке.

Задание 2. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_0, y_0, z_0)$. Какой вид будет иметь уравнение сферы если её центр находится в начале координат?

Задание 3. Расскажите о взаимном расположении сферы и плоскости в зависимости от соотношения между радиусом сферы и расстоянием от её центра до плоскости п. 60, стр. 137, рис. 153.

Задание 4. Дайте определение касательной плоскости к сфере. Каким свойством

обладает касательная плоскость к сфере? (п. 61, стр. 139).

Задание 5. Запишите формулу для вычисления площади сферы радиуса R

Контроль знаний студентов:

Задание 1. В-1. №574(а). В-2. №574(б).

Задание 2. Выполните в парах №576(а, в), №578, №577(в).

В-1. №577(а). В-2. №577(б).

Задание 3. Выполните №586(а, б).

В-1. №586(в). В-2. №586(г).

Задание 4. Выполните №593(г) в парах.

В-1. №593(а), №595. В-2. №593(б), №597.

Задание 5. Решите задачи.

1. Радиус шара равен 4 дм. Через конец радиуса, лежащего на сфере, проведена плоскость под углом 60 градусов к нему. Найдите площадь сечения шара.

2. Радиус основания цилиндра, описанного около сферы, равен 4. Найдите разность между площадью цилиндра и поверхностью сферы.

Контрольные вопросы:

1. Что такое шар (сфера)?

2. Что такое радиус шара, диаметр шара?

3. Какой вид имеет уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_0, y_0, z_0)$?

4. Какие случаи взаимного расположения сферы и плоскости вы знаете?

5. Дайте определение касательной плоскости к сфере.

6. По какой формуле находится площадь сферы?

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр. 136.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №53

Тема: Подготовка к контрольной работе по теме: Тела и поверхности вращения

Цели: уметь строить любое из тел вращения: цилиндр, конус, шар;

- знать свойства тел вращения ;

- знать элементы тел вращения;

- уметь решать задачи на нахождение элементов цилиндра, конуса, шара и площадей их боковой и полной поверхности;

Задача 2. На поверхности шара даны три точки, кратчайшее расстояние между которыми равно 6 см. Определить площадь сечения, проходящего через эти точки.

Решение:

1. Пусть A, B, C – три данных точки. Рассмотрим сечение шара плоскостью. Это будет круг, окружность которого описана около

$\triangle ABC$; R – радиус окружности, описанной около $\triangle ABC$ $R = \frac{abc}{4S}$

$$2. S_{\triangle} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad p = \frac{a+b+c}{2}; \quad p = \frac{6+6+6}{2} = 9(\text{см})$$

$$S_{\triangle} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 9\sqrt{3} (\text{см}^2)$$

$$3. R = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{4 \cdot 9\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} (\text{см})$$

4.

Любое сечение шара плоскостью – круг

$$S_{\text{кр}} = \pi R^2 \quad S_{\text{кр}} = \frac{36}{3} \pi = 12 \pi (\text{см}^2)$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{сеч}} = 12 \pi (\text{см}^2)$$

Теоретические сведения к практической работе

Необходимые формулы

Площадь сферы (поверхности шара) $S = 4\pi R^2$,

где R - радиус шара (сферы).

площадь боковой поверхности цилиндра $S_{\text{б}} = 2\pi rh$;

площадь полной поверхности цилиндра $S_{\text{п}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$,

где r - радиус основания цилиндра, h - его высота.

Площадь боковой поверхности конуса $S_{\text{б}} = \pi rl$;

площадь полной поверхности конуса $S_{\text{п}} = \pi r(r + l)$,

где r - радиус основания конуса, l - длина образующей

Оснащение занятия: учебники, конспекты, справочники, модель шара, модель цилиндра и модель конуса;

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Ответьте на вопросы:

1. Что называется сферой, шаром?
2. Что является центром симметрии сферы?
3. Что называется конусом?
4. Какая фигура получится , если пересечь конус плоскостью, перпендикулярной оси конуса?
5. Как называется сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось?
6. Какая фигура получится, если пересечь цилиндр плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра?
7. Какая фигура получится, если пересечь шар плоскостью?
8. Какая фигура получится , если пересечь сферу плоскостью?

Задание 2. Решить задачи (групповая форма работы)

1. Высота цилиндра равна 5 см, диагональ осевого сечения составляет угол 45° с плоскостью основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
2. Найдите площадь боковой поверхности конуса, высота которого равна 4 см, а угол при вершине осевого сечения равен 90° .
3. Периметр осевого сечения конуса равен 24 см ,а угол наклона образующей к плоскости основания равен 60° . Найдите площадь полной поверхности конуса.
4. Площадь осевого сечения равна 32 см^2 , а угол между высотой и образующей равен 45° . Найдите площадь полной поверхности конуса.
5. Шар радиуса 5 см пересечён плоскостью на расстоянии 3 см от центра. Найдите площадь сечения.
6. Шар пересечён плоскостью на расстоянии 6 см от центра. Площадь сечения равна $64\pi \text{ см}^2$. Найдите радиус шара.
7. Шар пересечён плоскостью на расстоянии k от центра. Площадь сечения Q . Найдите радиус шара.
8. Найдите : а) радиус основания цилиндра; б) площадь сечения цилиндра, параллельного оси и отстоящего от оси на 2 см, если высота цилиндра 26 см , а площадь осевого сечения 520 см^2 .

Задание 3. Геометрический диктант.

1 вариант. Продолжить предложения:

1. В основании правильной треугольной пирамиды лежит...
2. В основании параллелепипеда лежит....
3. В основании цилиндра лежит
4. Сечение шара плоскостью есть
5. Построить конус, провести 2 образующие, обозначить высоту, радиус, ось.

2 вариант. Продолжить предложения:

1. В основании правильной четырёхугольной призмы лежит...
2. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит
3. В основании конуса лежит
4. Сечение сферы плоскостью есть...

5. 5. Построить цилиндр, провести 2 образующие, обозначить высоту, радиус, ось.

Задание 4. Самостоятельная работа.

1 вариант. №525.

2 вариант. №553

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр. 138, стр.133.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №54

Тема: Решение задач на нахождение объёмов прямой и наклонной призмы, объем цилиндра

Цели:

- научиться находить объем прямой и наклонной призмы;
- научиться находить объем цилиндра.

Теоретические сведения к практической работе

Решение задач с практическим содержанием

1. Классное помещение должно быть таким, чтобы на одного учащегося приходилось не менее 6 м^3 воздуха. Можно ли в кабинете с параметрами $a=8,5 \text{ м}$, $b=6 \text{ м}$, $c=3,6 \text{ м}$ заниматься с 30 учащимися, не нарушая санитарной нормы?

Решение: $V = S_{\text{ос}} \cdot h = 8,5 \cdot 6 \cdot 3,6 = 183,6 \text{ (м}^3\text{)}$; $183,6 : 30 = 6,12 \text{ (м}^3\text{)}$ воздуха приходится на одного учащегося.

Да, в кабинете можно заниматься с 30 учащимися.

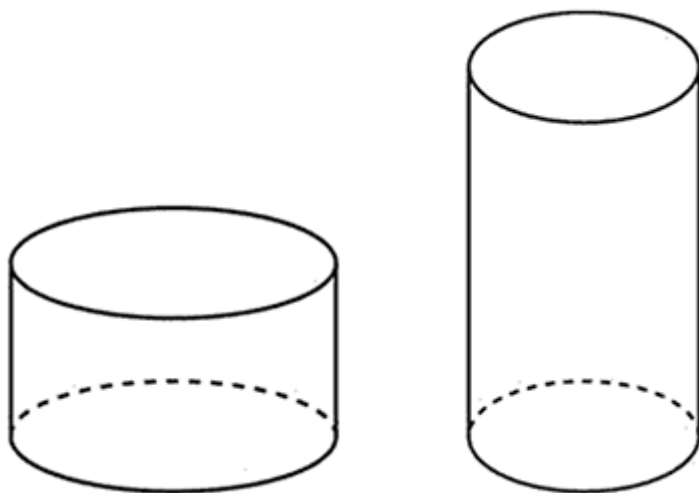
2. Суточное выпадение осадков составило 20 мм. Сколько воды выпало за сутки на треугольную (правильный треугольник) клумбу со стороной 6м?

Решение. Клумба-прямая треугольная призма, где $h = 20 \text{ мм} = 0,02 \text{ м}$, $V = S_{\text{ос}} \cdot h$, $S_{\text{ос}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 9\sqrt{3} \approx 15,3 \text{ (м}^2\text{)}$. $V = 15,3 \cdot 0,02 = 0,306 \approx 0,3 \text{ (м}^3\text{)} = 300 \text{ дм}^3 = 300 \text{ л}$.

ответ: За сутки на клумбу выпало 300л осадков

Пример 1.

Объем первого цилиндра равен 12 м^3 . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.



Нужно найти как соотносятся объёмы цилиндров. Обозначим радиус основания 2-го цилиндра как R_2 , а высоту как H_2 . Тогда её объем будет равен:

$$V_2 = \pi R_2^2 H_2 \quad (1)$$

Объём первого цилиндра соответственно будет равен:

$$V_1 = \pi R_1^2 H_1 \quad (2)$$

Сказано, что у второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, то есть можем записать:

$$H_2 = 3H_1, \text{ а } R_2 = 0,5R_1$$

Подставим значения высоты и радиуса в формулу (1) и получим объём второго цилиндра выраженный через высоту и радиус первого:

$$V_2 = \pi (0,5R_1)^2 \cdot 3H_1 = 0,25 \cdot 3 \cdot \pi R_1^2 \cdot H_1 = 0,75\pi R_1^2 H_1$$

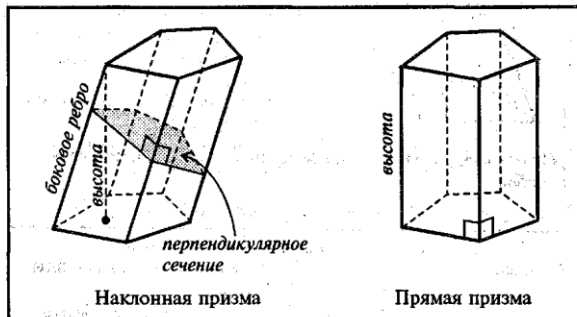
Получили, что объём второго цилиндра равен 0,75 объёма первого. Таким образом:

$$V_2 = 0,75 \cdot 12 = 9$$

Ответ: 9

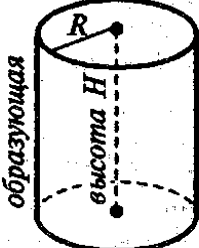
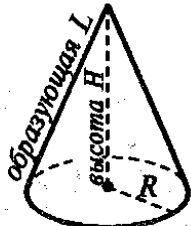
ПРИЗМА

Так называется многогранник, две грани которого (основания) — равные n -угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные n граней (боковые грани) — параллелограммы. Призма называется правильной, если она прямая и ее основания — правильные многоугольники.



ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ПРИЗМЫ		
	Наклонная призма	Прямая призма
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} \cdot l$, где $P_{\text{сеч}}$ — периметр перпендикулярного сечения, l — длина бокового ребра	$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$, где $P_{\text{осн}}$ — периметр основания, H — высота
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$
Объем	$V = S_{\text{сеч}} \cdot l$, где $S_{\text{сеч}}$ — площадь перпендикулярного сечения, l — боковое ребро	$V = S_{\text{осн}} \cdot H$, где $S_{\text{осн}}$ — площадь основания призмы, H — высота.

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

ЦИЛИНДР	КОНУС	УСЕЧЕННЫЙ КОНУС
Прямым круговым цилиндром называется фигура, полученная при вращении прямоугольника вокруг оси, содержащей одну из его сторон. 	Прямым круговым конусом называется фигура, полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет. 	Так называется часть конуса, ограниченная его основанием и сечением, параллельным основанию. 

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ЦИЛИНДРА		
Боковая поверхность	Полная поверхность	Объем
$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$	$S_{\text{полн}} = 2\pi R(R + H)$	$V = \pi R^2 H$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ КОНУСА		
	Конус	Усеченный конус
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = \pi RL$	$S_{\text{бок}} = \pi(R + r)L$
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = \pi R(R + L)$	$S_{\text{полн}} = \pi(R + r)L + \pi R^2 + \pi r^2$
Объем	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$	$V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$

Оснащение занятия: учебник, конспект, плакаты, модели.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Вопросы для повторения:

1. Какая призма называется прямой? (укажите модель).
2. Сформулируйте теорему об объеме прямой призмы.
3. Какая призма называется наклонной?
4. Чему равен объем наклонной призмы? Запишите формулу.
5. Как вычислить объем цилиндра?

Задание 2. Решите задачи.

1. Квадрат со стороной 10 см вращается вокруг прямой, содержащей его сторону. Найдите объем тела вращения.

2. Основанием прямой призмы является ромб, сторона которого 13 см, а одна из диагоналей основания 24 см. Найти объем призмы, если диагональ боковой грани равна 14 см.

Выполните № 683.

Контроль знаний студентов: самостоятельная работа по 2-м вариантам (задание выдает преподаватель).

Вариант 1. Решить задачи.

1. Высота цилиндра равна диаметру его основания. Радиус основания равен 1 м. Найдите объем цилиндра.

2. Основание прямой призмы – квадрат. Найти объем призмы, если ее высота 6 см, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45°

3. Выполните № 666(в).

Вариант 2. Решить задачи.

1. Радиус основания цилиндра равен 4 см, площадь осевого сечения 72 см^2

Найдите объем цилиндра.

2. Основание прямой призмы – прямоугольник, стороны которого 6 см и 8 см, а диагональ призмы наклонена к плоскости основания под углом 45 градусов. Найдите объем призмы.

3. Выполните № 666 (Б).

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр. 152, стр. 153.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №55

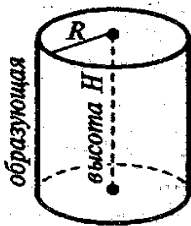
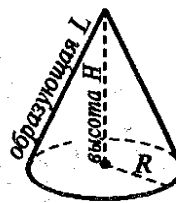
Тема: Объем пирамиды и конуса

Цели:

- научиться находить объем пирамиды;
- научиться находить объем конуса.;
- знать элементы пирамиды и конуса;

Теоретические сведения к практической работе

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

ЦИЛИНДР	КОНУС	УСЕЧЕННЫЙ КОНУС
Прямой круговой цилиндр называется фигурой, полученная при вращении прямоугольника вокруг оси, содержащей одну из его сторон. 	Прямой круговой конусом называется фигура, полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет. 	Так называется часть конуса, ограниченная его основанием и сечением, параллельным основанию. 

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ЦИЛИНДРА		
Боковая поверхность	Полная поверхность	Объем
$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$	$S_{\text{полн}} = 2\pi R(R + H)$	$V = \pi R^2 H$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ КОНУСА		
	Конус	Усеченный конус
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = \pi RL$	$S_{\text{бок}} = \pi(R + r)L$
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = \pi R(R + L)$	$S_{\text{полн}} = \pi(R + r)L + \pi R^2 + \pi r^2$
Объем	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$	$V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ		
	Пирамида	Усеченная пирамида
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = \sum_{i=1}^n S_i$, где S_i — площадь одной боковой грани	$S_{\text{бок}} = \sum_{i=1}^n S_i$, где S_i — площадь одной боковой грани
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S + s$, где S — площадь нижнего основания, s — площадь верхнего основания
Объем	$V = \frac{1}{3} H \cdot S_{\text{осн}}$	$V = \frac{1}{3} H \cdot (S + s + \sqrt{Ss})$

ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМ ПРАВИЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ		
	Пирамида	Усеченная пирамида
Боковая поверхность	$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot l$, где P — периметр основания, l — апофема	$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (P + p) \cdot l$, где P — периметр нижнего основания, p — периметр верхнего основания, l — апофема
Полная поверхность	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$	$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S + s$, где S — площадь нижнего основания, s — площадь верхнего основания
Объем	$V = \frac{1}{3} H \cdot S_{\text{осн}}$	$V = \frac{1}{3} H \cdot (S + s + \sqrt{Ss})$

Оснащение занятия: учебники, конспекты, модели и плакаты пирамиды и конуса.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Вопросы для повторения.

Что называется пирамидой? Ее вершиной? Основанием? Высотой?

Какая пирамида называется правильной?

Что называется усеченной пирамидой?

Задание 2. Выпишите формулы для определения объема пирамиды и усеченной

пирамиды, и поясните смысл входящих в них параметров (стр.158-159).

Задание 3. Решите задачи.

1. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если боковое ребро равно 3см, а сторона основания 4см.

2. Найдите объем усеченной пирамиды, площади оснований которой 28 см^2 и 7 см^2 , а высота равна 3 см.

3. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, если ее объем равен 4 см^3 , а сторона основания 2 см.

Задание 4. Вопросы для повторения.

1. Какое тело называется конусом?

2. Дайте определение основания, вершины, оси, высоты и образующей конуса.

3. Какое сечение конуса называется осевым?

Задание 5. Выпишите формулы объема полного и усеченного конусов и поясните смысл входящих в них параметров (стр. 161).

Задание 6. Решите задачи.

1. Радиус основания конуса равен 3 см, а образующие наклонены к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь боковой поверхности и объем конуса.

2. Бокал для соков имеет форму усеченного конуса, образующая которого 6 см. Верхний диаметр – 5 см, нижний диаметр – 2 см. Вычислите объем бокала.

3. Для подачи коктейлей используется бокал цилиндрической формы, диаметр которого равен 9 см, образующая – 8 см. Какой объем будет иметь бокал конической формы, имеющий такую же высоту и диаметр основания?

Контроль знаний студентов:

Самостоятельная работа.

Вариант 1.

- 1. Вычислите объем правильной четырехугольной призмы со стороной основания 3 см и высотой 6 см. (16.)

A 54 см³ B 18 см³ B 72 см³ Г 36 см³

- 2. Найти объем прямоугольного параллелепипеда, который имеет следующие размеры 2 см, 4 см, 5 см. (16.)

A 11 см³ B 40 см³ B 38 см³ Г 22 см³

- 3. Найти объем цилиндра, радиус которого равен 2 см, а образующая – 8 см. (16.)

A 4 см³ B 128 π см³ B 32 см³ Г 32 π см³

- 4. Одна из сторон прямоугольника равна 4 см, а диагональ – 5 см. Прямоугольник вращается вокруг меньшей своей стороны. Найти объем тела вращения. (26.)

Вариант 2.

- 1. Найти объём четырёхугольной призмы, в основании которой находится прямоугольник со сторонами 3см и 7см, а высота – 10см. (1б.)

А 100см³ Б 210см³ В 40см³ Г 210πсм³

- 2. Найти объём прямоугольного параллелепипеда, который имеет следующие размеры 3см, 4см, 6см. (1б.)

А 72см³ Б 13см³ В 39см³ Г 144см³

- 3. Найти объём цилиндра, радиус которого равен 3см, а образующая – 6см. (1б.)

А 54см³ Б 9см³ В 54πсм³ Г 18πсм³

- 4. Одна из сторон прямоугольника равна 3см, а диагональ – 5см. Прямоугольник вращается вокруг своей большей стороны. Найти объём тела вращения. (2б.)

Ответы: Вариант 1 Вариант 2

1. А 1. Б

2. Б 2. А

3. Г 3. В

4. 48πсм³ 4. 36πсм³

Контрольные вопросы.

1. Объёмы каких геометрических фигур вы научились находить?

2. Чему равен объём пирамиды и усеченной пирамиды?

3. Чему равен объём конуса и усеченного конуса?

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр.158, стр. 161.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №56

Тема: Объем шара и площадь сферы

Цели:

- изучить тему: Объем шара и площадь сферы;
- научиться находить объем шара и площадь сферы;
- научиться находить объем шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.

Пример1.

Площадь поверхности шара уменьшили в 9 раз. Во сколько раз уменьшился объем шара?

Решение:

Пусть радиус первого шара R , а уменьшенного r .

Поверхность шара $S_1 = 4\pi R^2$, стала $S_2 = 4\pi R^2/9 = 4\pi (R/3)^2 = 4\pi r^2$

Видим, что $r = \frac{R}{3}$, т.е. радиус уменьшился в 3 раза.

Объем $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$, а объем $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (R/3)^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 / 27 = V_1 / 27$.

Ответ: 27

Пример2.

При уличной торговле арбузами весы отсутствовали. Однако выход был найден: арбуз диаметром 3 дм приравнивали по стоимости к трём арбузам диаметром 1 дм.

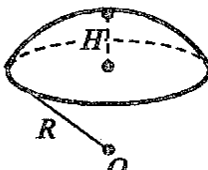
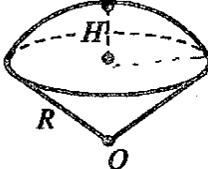
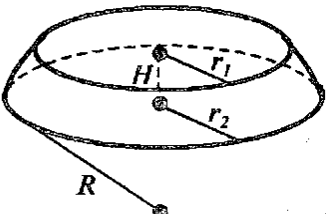
Что вы возьмете? Правы ли были продавцы

Решение:

Необходимо найти объемы данных арбузов.

$$V_1 = \frac{1}{6}\pi 3^3 = \frac{9\pi}{2} \text{ дм}^3$$

$$V_2 = \frac{1}{6}\pi 1^3 = \frac{\pi}{6} \text{ и таких арбузов три, значит их общий объем равен } V = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \text{ дм}^3$$

СФЕРА. ШАР Сферой называется множество всех точек пространства, находящихся на данном расстоянии R от данной точки O. Шаром называется множество всех точек пространства, находящихся от данной точки O на расстоянии, не большем данного расстояния R. Сфера является поверхностью шара.	
	Площадь сферы $S = 4\pi R^2$ Объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
ЧАСТИ ШАРА	
	Шаровой сегмент Объем $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$ Площадь сегментной поверхности $S_{\text{бок}} = 2\pi RH$
	Шаровой сектор Объем $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$ Площадь полной поверхности $S_{\text{полн}} = \pi R(2H + \sqrt{2RH - H^2})$
	Шаровой слой Объем $V = \frac{1}{6}\pi H^3 + \frac{1}{2}\pi(r_1^2 + r_2^2)H$ Площадь боковой поверхности $S_{\text{бок}} = 2\pi RH$

Оснащение занятия: учебник, конспект, плакат.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Запишите в конспект ответы на следующие вопросы:

1. Сформулируйте теорему об объеме шара.
2. Что называется шаровым сегментом? (укажите на рисунке). Дайте определение основанию и высотам сегмента.
3. По какой формуле вычисляется объем шарового сегмента?
4. Что называется шаровым слоем? (укажите на рисунке). Дайте определение основаниям и высоте сегмента.
5. Что называется шаровым сектором? (укажите на рисунке).
6. По какой формуле вычисляется объем шарового сектора?
7. Чему равна площадь сферы?

Задание 2. Решить задачи.

1. Для украшения холодных блюд используется сложная форма нарезки вареных овощей в виде «шариков» диаметром 2 см и 1,5 см. Найдите отношение объемов геометрических тел, форму которых имеет данный вид нарезки.

2. Выполните № 710, № 713, № 711.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу;
- устный опрос.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия стр. 164

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №57

Тема: Статистическая обработка данных

Цели: - уметь группировать данные; составлять таблицу их распределения, находить размах, моду и медиану измерения;
- сформировать понятие числовых характеристик выборки, научить применять полученные знания к решению задач, формировать навыки проведения сбора и обработки данных, систематизация и обобщение знаний;

Теоретические сведения к практической работе

Объём измерения - общее количество данных измерения.

Варианта - каждое полученное значение данных конкретного измерения;

Кратность варианты - число, показывающее, сколько раз эта варианта встречалась в данном измерении;

Размах измерения - разность между наибольшим и наименьшими результатами измерения.

Пример 1. Охарактеризовать успеваемость ученика Иванова Петра по математике за четвертую четверть.

Решение:

1. Сбор информации:

Выписаны оценки из журнала: 5, 4, 5, 3, 3, 5, 4, 4, 4.

2. Обработка полученных данных:

объём = 9

размах = 5 - 3 = 2

мода = 4

медиана = 3

среднее арифметическое $= (5+4+5+3+3+5+4+4+4) : 9 \approx 4$

Характеристика успеваемости: ученик не всегда готов к уроку.

Оснащение занятия: учебник, конспект, плакат.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Ответьте на вопросы:

- 1) Назовите основные задачи математической статистики.
- 2) Что такое вариационный ряд? Для чего приводить выборку к вариационному ряду?
- 3) Что такое варианта?
- 4) Для обработки выборки использовались числовые характеристики: размах, мода и медиана, что они показывают?
- 5) Назовите 4 этапа простейшей статистической обработки данных.
- 6) Как вычислить среднее арифметическое или среднее?
- 7) Что называется гистограммой частот?

Задание 2. Выполнить на доске задания:

№ 50.1, 50.2, 50.3, №50.7.

Задание 3.

№ 50.5 предложить решить группами по два человека. После провести сравнение результатов по группам и провести самооценку по выполненной работе.

Задание 4.

Самостоятельная работа

Найти объём ряда, размах ряда, моду, медиану и среднее арифметическое:

Карточка 1. 22,5; 23; 21,5; 22; 23.

Карточка 2. 6; -4; 5; -2; -3; 3; 3; -2; 3.

Карточка 3. 12,5; 12; 12; 12,5; 13; 12,5; 13.

Карточка 4. 7; -2; 4; -1,5; 3; 5; 4,5;

Литература. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа, Часть 2.

Задачник. стр.171, 172. 173.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №58

Тема: Перестановки, сочетания, размещения

Цели: - знать основные понятия комбинаторики: сочетания, перестановки, размещения

- уметь пользоваться понятием факториала;

- решать задачи, используя перестановки, сочетания и размещения;

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ К ПРОВЕДЕНИЮ ЗАНЯТИЯ

Комбинаторика – раздел математики, в котором изучается, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Задачей комбинаторики можно считать задачу размещения объектов по специальным правилам и нахождение числа способов таких размещений.

Перестановки-соединения, которые можно составить из n предметов, меняя всеми возможными способами их порядок; число их

$P_n = 1 * 2 * 3 * \dots * n = n!$ Количество всех перестановок из n элементов обозначают $P_n = n!$

Произведение всех натуральных чисел от n до единицы, обозначают символом $n!$

Размещения – соединения, содержащие по m предметов из числа n данных, различающихся либо порядком предметов, либо самими предметами; число их.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Сочетания-соединения, содержащие по m предметов из n , различающиеся друг от друга, по крайней мере, одним предметом;

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Задача №1. Сколькими способами 7 книг разных авторов можно расставить на полке в один ряд?

Решение: $P_7 = 7!$, где $7! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 = 5040$, значит существует 5040 способов осуществить расстановку книг.

Ответ: 5040 способов.

Задача № 2. В группе №20 в РТТ обучается 24 студента. Сколькими способами можно составить график дежурства по техникуму, если группа дежурных состоит из трех студентов?

Решение: число способов равно числу размещений из 24 элементов по 3, т.е. равно A_{24}^3 . По формуле находим

$$A_{24}^3 = \frac{24!}{(24-3)!} = \frac{24!}{21!} = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21!}{21!} = 24 \cdot 23 \cdot 22 = 12144$$

Ответ: 12144 способа

Задача № 3. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 членов, можно образовать из 10 преподавателей?

Решение: По формуле находим:

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)! \cdot 3!} = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{720}{6} = 120$$

комиссий

Ответ: 120 комиссий.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, плакат.

Порядок выполнения работы;

Задание 1.

1. Что изучает комбинаторика?
2. Какие соединения называются размещениями?
3. Выпишите формулу для числа размещений из n элементов по m .
4. Какие соединения называются перестановками?
5. Выпишите формулу для числа перестановок из n элементов.
6. Что такое факториал?
7. Выпишите формулу для факториала.
8. Какие соединения называются сочетаниями?
9. Выпишите формулу для числа сочетаний из n элементов по m .

Задание 2. Решить задачи, работая в группах:

Задача 1.: Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

Решим нашу задачу с использованием формулы размещений.

Задача 2. Студенты 1 курса изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

Задача 3. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвящённых спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

Задача 4. Из 18-ти студентов группы надо выбрать двух дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Задача 5. Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?

Задача 6. Решить уравнения:

а) $n! = 7(n-1)!$

б) $(n+17)! = 429(n+15)!$

Задание 3. Самостоятельная работа.

1 вариант. 1. В группе 7 студентов успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в олимпиаде по предмету?

2. №52.3 (а, в)

2 вариант. 1. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

2. №52.3 (б, г)

Литература. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа, Часть 2. Задачник. стр.177.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №59

Тема: Классическое определение вероятности, алгоритм нахождения вероятности случайных событий.

Цель: научиться решать задачи на определение вероятности события.

Теоретические сведения к практической работе

Под событием в теории вероятностей понимают любой факт, который может произойти или не произойти в результате опыта со случайным исходом. Самый простой результат такого опыта (например, появление "орла" или "решки" при бросании монеты, попадание в цель при стрельбе, появление туза при вынимании карты из колоды, случайное выпадение числа при бросании игральной кости и т.д.) называется элементарным событием.

Достоверным событием называется всё пространство элементарных событий. Таким образом, достоверное событие – это событие, которое обязательно должно произойти в результате данного опыта.

Например. При бросании игральной кости таким событием является её падение на одну из граней.

***Невозможным событием** называется пустое подмножество пространства элементарных событий. То есть, невозможное событие не может произойти в результате данного опыта.*

***Случайным** называется **событие**, которое в результате данного испытания оно может произойти или не произойти (т.е. результат события нельзя прогнозировать)*

Например. Попадание в цель при выстреле из орудия.

***Задача 1.** (устно) Для каждого из событий определить каким оно является: невозможным, достоверным или случайным.*

Бросают две игральные кости: 1) на первой кости выпало 3 очка, а на второй – 5 очков; 2) сумма выпавших на двух костях очков равна 1; 3) сумма выпавших на двух костях очков равна 13; 4) на обеих костях выпало по 3 очка; 5) сумма очков на двух костях меньше 15.

***Задача 2.** Из событий: 1) «наступило утро»; 2) «сегодня по расписанию 6 уроков»; 3) «сегодня первое января»; 4) «температура воздуха в Москве $+ 20^0$ » - составить всевозможные пары и выявить среди них пары совместных и несовместных событий.*

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Закончите фразу: Опыт, эксперимент, наблюдение явления называется _____.

2. Результат, исход испытания, называется _____.

3. Если событие при заданных условиях может произойти или не произойти, то оно называется _____.

4. Событие, которое должно непременно произойти называется _____.

5. Событие, которое заведомо не может произойти называется _____.

В каждом случае приведите пример.

Задание 2.

1. Запишите формулу классического определения вероятности и укажите смысл входящих в нее букв.

2. Назовите свойства вероятности события.

3. Рассмотрите решение задач 29 и 30 стр. 260 (Н. В. Богомолов).

4. Выполните № 33, № 34.

Задание 3.

1. Какие события называются несовместными? совместными? противоположными?
2. Рассмотрите решение задач 31 и 32 стр. 261.
3. Выполните № 35, № 37 стр. 262.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу;
- индивидуальные вопросы по работе.

Литература: 1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике, стр. 261, 262.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №60

Тема: Подготовка к контрольной работе по теме: **Элементы комбинаторики, теории вероятности и математической статистики.**

Цель: – научиться применять теорему сложения вероятностей при решении задач;

- научиться применять теорему умножения вероятностей при решении задач;
- научиться применять формулу Бернулли;
- подготовиться к контрольной работе;

Теоретические Сведения к практической работе

Операции над событиями

Операции над событиями аналогичны операциям над множествами.

Суммой нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них в результате испытания.

Сумма событий может быть обозначена знаками «+», « $\dot{\cup}$ », «или».

На рисунке 1 представлена геометрическая интерпретация с помощью диаграмм Эйлера-Венна. Сумме событий $A + B$ будет соответствовать вся заштрихованная область.

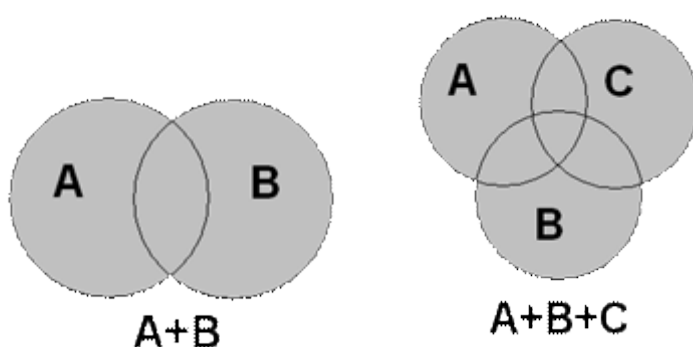


рис.1

Область пересечения событий A и B соответствует совместным событиям, которые могут произойти одновременно. Аналогично для событий A , B и C имеются совместные события A и B ; A и C ; B и C ; A и B и C , которые могут произойти одновременно.

Например, в урне находятся белые, красные и синие шары. Возможны следующие события: A — вынут белый шар; B — вынут красный шар; C — вынут синий шар. Событие $B + C$ означает, что произошло событие — вынут цветной шар или вынут не белый шар.

Произведением нескольких событий называется событие которое состоит в совместном наступлении всех этих событий в результате испытания.

Произведение событий может быть обозначено знаками « $\times$ », « $\cap$ », «и».

Геометрическая интерпретация произведения событий представлена на рис. 2.

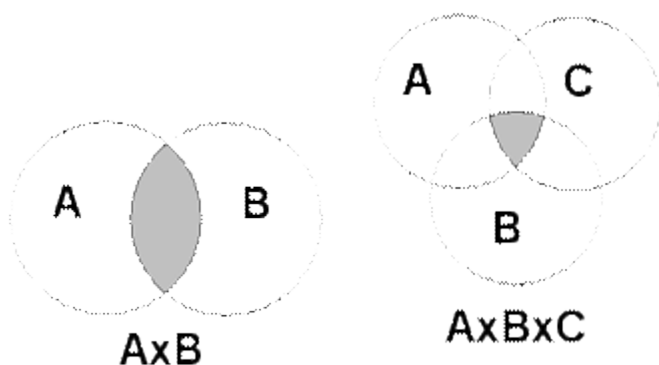


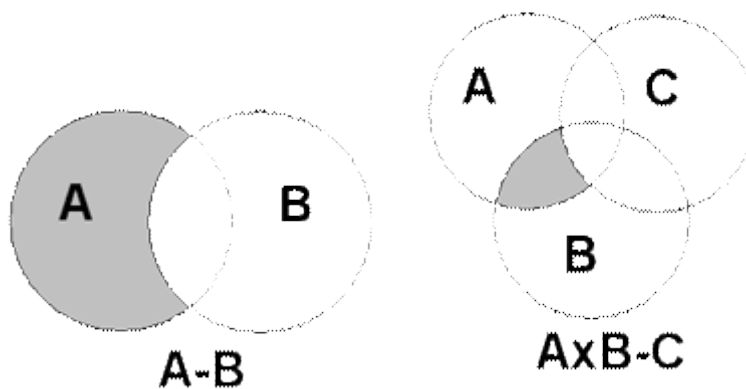
рис.2

Произведением событий A и B будет заштрихованная область пересечения площадей A и B . А для трех событий A и B и C - общая площадь, одновременно входящая во все три события.

Например, пусть из колоды карт наугад извлекается карта. Событие A - вынута карта пиковой масти; B - вынут валет. Тогда событие $A \times B$ означает событие — вынут валет пик.

Разностью двух событий $A-B$ называется событие, состоящее из исходов, входящих в A , но не входящих в B .

На рис. 3 представлена иллюстрация разности событий с помощью диаграмм Эйлера-Венна.



Разностью двух событий $A-B$ является заштрихованная область A без той части, которая входит в событие B . Разность между произведением событий A и B и событием C будет совместная площадь события A и события B без совместной с нею площадью события C .

Например, пусть при бросании игрального кубика событие A - появление четных чисел (2,4,6), а событие B - чисел-кратных 3, т.е. (3, 6). Тогда событие $A-B$ появление чисел (2,4)

Теорема Бернулли. Пусть вероятность появления события A в каждом опыте постоянна и равна p . Тогда вероятность того,

что в n независимых испытаниях событие A появится ровно k раз, рассчитывается по формуле:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

где C_n^k — число сочетаний, $q = 1 - p$.

Задача 1.

Имеется 100 одинаковых деталей, среди которых 3 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь без брака.

Решение. В этой задаче производится испытание – извлекается одна деталь. Число всех исходов испытания равно 100, т. к. может быть взята любая деталь из 100. Эти исходы несовместны, равновозможны, единственно возможны. Таким образом, $n = 100$. Событие A – появилась деталь без брака. Всего в партии 97 деталей без брака, следовательно, число исходов, благоприятных появлению события

A равно 97. Итак, $m = 97$. Тогда $P(A) = \frac{97}{100} = 0,97$.

Задача 2.

Код банковского сейфа состоит из 6 цифр. Найти вероятность того, что наудачу выбранный код содержит различные цифры?

Решение. Так как на каждом из шести мест в шестизначном шифре может стоять любая из десяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, то всех различных шестизначных номеров по правилу произведения

будет $n = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$. Номера, в которых все цифры различны, – это размещения из 10 элементов (10 цифр) по 6. Поэтому число

благоприятствующих исходов $m = A_{10}^6$. Искомая вероятность

$$P(A) = \frac{A_{10}^6}{10^6} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10^6} = 0,151.$$

равна

Задача 3. Вероятность того, что расход электроэнергии в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна **$p=0,75$** . Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

Решение. Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна **$p=0,75$** . Следовательно, вероятность перерасхода

электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна $q = 1 - p = 1 - 0,75 = 0,25$.

Искомая вероятность по формуле Бернулли равна

$$P_6^4 = C_6^4 p^4 q^2 = \frac{6!}{4! 2!} \cdot (0,75)^4 \cdot (0,25)^2 = 0,30$$

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы

Задание 1.

1. Запишите теорему сложения вероятностей несовместных событий.
2. Как обозначают событие, противоположное событию А?
3. Рассмотрите решение задачи 38 стр.263.
.Выполните № 40 стр. 263.

Задание 2.

1. Запишите теорему сложения вероятностей совместных событий.
2. Рассмотрите решение задачи 39 стр.263.
3. Выполните № 42 стр.264.

Задание 3.

1. Запишите теоремы умножения вероятностей независимых и зависимых событий.
2. Рассмотрите решение задач 43 и 44 стр. 264.
3. Выполните № 46.

Задание 4.

1. Какие испытания называются независимыми относительно события А?
2. Запишите формулу Бернулли. Где она применяется?
3. Рассмотрите решение задачи 54 стр.267.
.Выполните № 55, № 56 стр.267.

Контроль знаний студентов:

- проверить практическую работу.
- индивидуальные вопросы по работе.

Литература: 1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике, стр. 264,267.

Библиографический список

Основная литература

- 1.Алимов Ш. А. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 кл. [средней школы](#). – М.: Просвещение, 2001.
- 2.Атанасян Л. С. Геометрия. Учебник для 10-11 кл. средней школы. – М.: Просвещение, 2000.
- 3.Богомолов Н. Б. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2003.
- 4.Мордкович А.Г.Алгебра и начала математического анализа,10-11 классы. Ч.2. Задачник. Мнемозина, 2011..
- 5.Веселовский С. Б. Дидактические материалы по геометрии для [10 класса](#). –М.: Просвещение, 1997.
- 6.Веселовский С. Б. Дидактические материалы по геометрии для [11 класса](#). – М.: Просвещение, 1997.
- 7.Зив Б. Г. Дидактические материалы по геометрии для 10 классов. – М.: Просвещение, 1997.
- 8.Киселев А. П. «Элементарная геометрия». – М.: Просвещение, АО «Учебная литература», 1996.
- 9.Кузнецова Н. И. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по математике за 11 класс. – М.: Просвещение, 2001.
- 10.Негосударственное образовательное учреждение «Бизнес-школа», 1998.

Дополнительная литература

- 11.Черняк А. А. Математика. Справочник для учителей. – Минск: Белорусская энциклопедия, 1999.
- 12.Якушева Г. Математика. Справочник для школьника. – М.: ЦГН, 1995.
- 13.Колмогоров А.Н. Алгебра и начала математического анализа, Просвещение, 2008
- 14.Никольский С.М.Алгебра и начала математического анализа 10 кл.- М.; Просвещение,2008
15. 14.Никольский С.М.Алгебра и начала математического анализа 11 кл.- М.; Просвещение,2008